

621.38
X20

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Профессор Ф. Н. ХАРАДЖА

ОСНОВЫ РАСЧЕТА ОХЛАЖДЕНИЯ АНОДОВ РЕНТГЕНОВСКИХ ТРУБОК

Ленинград
1950

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Профессор Ф. Н. ХАРАДЖА

ОСНОВЫ РАСЧЕТА ОХЛАЖДЕНИЯ АНОДОВ РЕНТГЕНОВСКИХ ТРУБОК

*Конспект лекций,
читанных в ЛЭТИ студентам ФЭТ,
специализирующимся по рентгентехнике*

Don

Ленинград
1960

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга представляет собою конспект лекций по одному из разделов специального курса, читанного автором в ЛЭТИ студентам Факультета электронной техники, специализирующимся по рентгентехнике.

В книге даются основные сведения о различных видах теплопередачи: теплопроводности, конвекции и лучеиспускании. Рассматриваются элементы теории подобия и методы составления критериев подобия, а также приводятся расчетные формулы и числовые примеры расчета охлаждающих устройств анодов рентгеновских трубок.

При подготовке основного материала автор стремился к возможно большей простоте изложения и ограничился рассмотрением только тех вопросов теплопередачи, которые используются при расчете охлаждения анодов рентгеновских трубок. Однако изложение этих вопросов производится достаточно полно, так что приводимые расчетные формулы и числовые примеры могут быть использованы при расчетах других аналогичных охлаждающих систем.

Кроме того, книга может служить кратким пособием при изучении основ теории теплопередачи.

Автор

ОСНОВЫ РАСЧЕТА ОХЛАЖДЕНИЯ АНОДОВ РЕНТГЕНОВСКИХ ТРУБОК

§ 1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

При работе рентгеновской трубки большая часть энергии, подводимой к ней, превращается в теплоту и, выделяясь в фокусе трубки, повышает температуру фокуса и анода в целом. Очевидно, что допустимая нагрузка трубки зависит от площади фокуса, конструкции и физических свойств материала анода, а также от способа и интенсивности его охлаждения.

При повышении нагрузки выше допустимого значения возникает перегрев анода, который может привести к гибели трубки. В зависимости от характера перегрузки перегрев может проявиться различным образом. При кратковременных перегрузках температура поверхности вольфрамового зеркала или меди под зеркалом может превзойти допустимые значения. Вольфрам будет испаряться или плавиться, поверхность его делается шероховатой, неровной. Выступающие части шероховатой поверхности будут поглощать часть рентгеновского излучения и к.п.д. трубки понизится. Медь же может расплавиться и вытечь из-под зеркала и привести трубку к гибели.

При длительной непрерывной работе трубки, даже при небольшой нагрузке, теплота, выделяющаяся на аноде, будет постепенно повышать его температуру и, если не будут приняты меры к отводу теплоты, анод перегреется, из него могут выделиться газы, и трубка выйдет из строя.

Из изложенного видно, что одним из главнейших факторов, ограничивающих мощность рентгеновских трубок, является выделение теплоты на аноде под воздействием тормозящихся электронов. С увеличением мощности трубок проблема охлаждения анода становится весьма трудной.

Поэтому при проектировании и разработке трубок необходимо уметь количественно оценивать температуры нагрева отдельных участков анода и эффективность принятого метода охлаждения анода.

Расчет распределения температуры в теле анода при кратковременных нагрузках приведен в главе 2, § 21 и при длительной нагрузке в главе 2, § 22 «Общего курса рентгенотехники» [Л. 5].

Задачей настоящей главы является рассмотрение методов расчета охлаждающих устройств рентгеновских трубок. При этом сначала рассматриваются элементы теории теплообмена, а затем приводятся числовые примеры расчета некоторых типов охладителей.

Так как в большинстве руководств и справочников по теплообмену применяется техническая система единиц (кг, м, ч), ниже приводятся переводные множители, позволяющие переходить от этих единиц к единицам (г, вт, см, сек).

Переводные множители

$$\text{Энергия: } 1 \text{ ккал} = \frac{1000}{0,24 \cdot 3600} = 1,163 \text{ втч};$$

$$1 \text{ втч} = \frac{0,24 \cdot 3600}{1000} = 0,860 \text{ ккал.}$$

$$\begin{aligned} \text{Коэффициент теплопроводности: } 1 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}} &= \frac{1000}{100 \cdot 3600 \cdot 0,24 \text{ } ^\circ\text{C}} = \\ &= 1,163 \cdot 10^{-2} \frac{\text{вт}}{\text{см } ^\circ\text{C}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Коэффициент теплопередачи: } 1 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}} &= \frac{1000}{100^2 \cdot 3600 \cdot 0,24} = \\ &= 1,163 \cdot 10^{-4} \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}. \end{aligned}$$

§ 2. ВИДЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Процесс теплообмена между частицами одного и того же тела, а также между двумя телами протекает под действием разности температур и всегда направлен от точек, имеющих более высокую температуру, к точкам с более низкой температурой. Переход тепла может осуществляться тремя путями: 1) теплопроводностью, 2) конвекцией и 3) лучеиспусканием. В зависимости от рода и относительного расположения участвующих в теплообмене тел переход тепла совершается одним, двумя или всеми тремя названными путями одновременно.

1. Под теплопроводностью понимается теплообмен между взаимно соприкасающимися нагретыми и холодными части-

цами тела. Этот вид теплопередачи всегда имеет место в твердых телах, где частицы находятся в тесном соприкосновении и сохраняют постоянное относительное расположение.

2. Конвекция — наиболее важный способ передачи тепла для жидкостей и газов — состоит в том, что перенос тепла осуществляется путем перемещения частиц. Явление конвекции всегда сопровождается явлением теплопроводности между непосредственно соприкасающимися частицами жидкости или газа.

3. Лучеиспускание (тепловое излучение) — передача тепла посредством лучистой энергии. В этом виде теплоотдачи часть тепловой энергии превращается в лучистую и в этой новой форме распространяется в пространстве. Встречая какое-либо тело, излучение частично поглощается в нем и переходит в теплоту, частично отражается и частично проходит сквозь него.

На практике, как указывалось выше, часто один вид теплообмена сопровождается другими. В таких случаях мы имеем дело со сложным теплообменом. Сначала рассмотрим каждый из трех видов теплообмена отдельно.

1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

§ 3. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ. ЗАКОН ФУРЬЕ

Изучая явление теплопроводности, Фурье установил, что количество тепла dQ , проходящего через элементарную площадку dF , расположенную на изотермической поверхности, за время $d\tau$, пропорционально падению температуры

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF \cdot d\tau. \quad (1)$$

Относя к единице поверхности ($F = 1 \text{ м}^2$) и единице времени ($\tau = 1 \text{ ч}$), получаем уравнение теплового потока

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \text{ град } t, \quad (2)$$

которое является математическим выражением основного закона распространения тепла путем теплопроводности и называется законом Фурье.

Множитель пропорциональности λ в уравнении Фурье называется коэффициентом теплопроводности. Он имеет размерность

$$\lambda = \left[\frac{dQ}{dF d\tau \frac{\partial t}{\partial n}} \right] = \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}/\text{м}} \right] = \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}.$$

Величина λ для различных веществ различна и для каждого из них зависит от температуры, влажности и некоторых других факторов.

Физические свойства некоторых металлов

Таблица 1

Металл	Спектр	Удельный вес $\frac{z}{\text{см}^3}$	Температура плавления $t_p, ^\circ\text{C}$	Коэффициент линейного расширения $\alpha \cdot 10^6$	Удельная теплоемкость С							Коэффициент температурного расширения λ			Удельное сопротивление ρ		Количество атомов на элементарный кристаллический период	Структура	Постоянные решетки
					жидк. $\frac{\text{ккал}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$	газ. $\frac{\text{дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$	$t, ^\circ\text{C}$	жидк. $\frac{\text{ккал}}{\text{атом}^\circ\text{C}}$	ат. $\frac{\text{дж}}{\text{атом}^\circ\text{C}}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\frac{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\frac{\text{атм}}{\text{г} \cdot \text{мм}^3}$						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16				
1. Алюминий . . .	13Al	2,7	933	238	0,214	0,89	18	180	2,08	20	0,029	20	—	Куб. гр.—д. [*] Гексагон ^{**}	a—4,041 a—2,281 c—3,577				
2. Бериллий . . .	4Be	1,85	1284	123	0,508	2,12	0—310	138	1,6	20	0,116	0°C	—	—	a—2,281 c—3,577				
3. Ванадий . . .	23V	6,0	1720	—	0,12	0,5	0°C	136	1,38	30	0,26	20	—	Куб. гр.—д. ^{***}	a—3,033 a—3,158				
4. Вольфрам . . .	74W	19,25	3410	—	0,034	0,142	18	85	0,99	1227	0,404	1227	—	—	—				
5. Железо . . .	26Fe	7,86	1535	—	0,034	0,142	18	85	0,99	1227	0,404	1227	—	—	—				
6. Кобальт . . .	27Co	8,9	1480	—	0,128	0,53	0—100	41,5	0,485	400	0,43	400	—	—	—				
7. Медь . . .	29Cu	8,95	1083	—	0,108	0,45	20—100	61	0,71	20	0,057	20	—	—	—				
8. Молибден . . .	42Mo	10,2	2625	—	0,111	0,46	0—100	62,5	0,725	20	0,056	20	—	—	—				
9. Никель . . .	28Ni	8,9	1452	—	0,128	0,53	0—100	41,5	0,485	400	0,43	400	—	—	—				
10. Ниобий . . .	41Nb	8,5	2415	—	0,106	0,44	15—100	77	0,9	18	0,087	20	—	—	—				
11. Платина . . .	78Pt	21,4	1773,5	—	0,065	0,271	100	—	—	—	0,13	20	—	—	—				
12. Рений . . .	75Re	21,0	3160	—	0,079*	0,332*	1000	—	—	—	0,416	727	—	—	—				
13. Серебро . . .	47Ag	10,5	960,5	—	—	—	—	—	—	—	0,588	1327	—	—	—				
14. Тантал . . .	73Ta	16,6	2996	—	0,0329	0,163	900	—	—	—	0,794	2127	—	—	—				
15. Титан . . .	22Ti	4,5	1725	—	0,0326	0,136	20—100	60	0,686	20	0,1	800	—	—	—				
16. Ферритон (25% Cr)	—	7,6	1480	—	0,0329	0,163	900	—	—	—	0,488	1200	—	—	—				
17. Ковар (M—76,5%; Cr—21%; Fe—2,5%)	—	8,35	1450	—	—	—	—	—	—	—	0,211	20	—	—	—				
18. Нидрон	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,211	20	—	—	—				

* Куб. гр.—д. Кубическая гранцентрированная структура.
 ** Гексагон—Гексагональная структура.
 *** Куб. об.—д.—Кубическая объемноцентрированная структура.

Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для большинства материалов оказывается линейной и может быть выражена формулой

$$\lambda = \lambda_0(1 + bt), \quad (3)$$

где λ_0 — значение коэффициента теплопроводности при 0°C ,
 b — постоянная, определяемая опытным путем.

Числовые значения λ для различных материалов даются в справочных таблицах (табл. 1).

Для металлов значения λ лежат в пределах от 2 до $360 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}$.

Для жидкостей в пределах от 0,08 до $0,6 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}$.

Для газов в пределах от 0,005 до $0,5 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}$.

Пользуясь основным законом теплопроводности, найдем некоторые расчетные формулы теплопроводности при стационарном режиме.

§ 4. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПЛОСКОЙ ОДНОРОДНОЙ СТЕНКИ

Дана однородная плоская стенка толщиной δ , м, на наружных поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры t_1 и t_2 ($t_1 > t_2$). Определить количество теплоты Q , проходящее через поверхность стенки F , м^2 , в течение τ часов, если коэффициент теплопроводности материала стенки постоянен и равен $\lambda \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}$.

Рассмотрим внутри стенки слой толщиной dx , расположенный на расстоянии x от поверхности (фиг. 1). На основании закона Фурье, имеем

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}.$$

Разделяя переменные

$$dt = -\frac{q}{\lambda} dx$$

и интегрируя по t в пределах от t_1 до t_2 и соответственно по x в пределах от 0 до δ , имеем

$$t \Big|_{t_1}^{t_2} = -\frac{q}{\lambda} x \Big|_0^{\delta}$$

или

$$t_2 - t_1 = -\frac{q}{\lambda} \cdot \delta, \quad (4)$$

откуда находим величину теплового потока q

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч}}. \quad (4a)$$

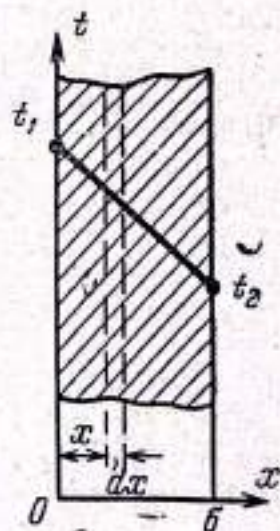


Рис. 1. Однородная плоская стенка

Полное количество тепла Q , прошедшее через поверхность F , м^2 , в течение τ часов

$$Q = q \cdot F \cdot \tau = \frac{\lambda}{\delta} F \tau \Delta t \text{ ккал.} \quad (5)$$

§ 5. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКИ

Дана однородная цилиндрическая стенка длиной l , м , с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2 . Температура внутренней поверхности t_1 и внешней t_2 ($t_1 > t_2$). Определить количество теплоты Q , прошедшей через стенку поверхностью F , м^2 , в течение одного часа, если коэффициент теплопроводности материала стенки λ .

Рассмотрим внутри стенки цилиндрический слой радиуса r и толщиной dr (фиг. 2). Количество тепла, проходящее через этот слой

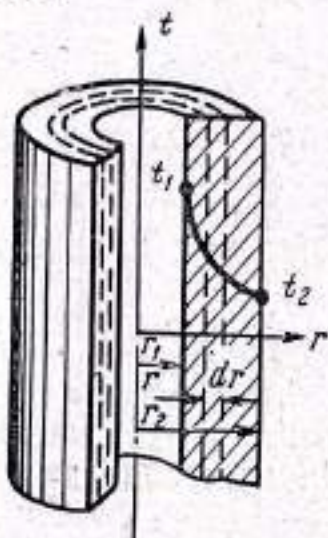


Рис. 2. Однородная цилиндрическая стенка

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dr} F \frac{\text{ккал}}{\text{ч}}.$$

Разделяя переменные и учитывая, что $F = 2\pi r l$, можно написать

$$dt = -\frac{Q}{2\pi l \lambda} \frac{dr}{r}.$$

Интегрируя по t в пределах от t_1 до t_2 и соответственно по r в пределах от r_1 до r_2 , получаем:

$$(t_2 - t_1) = -\frac{Q}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

или

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (6)$$

откуда

$$Q = \frac{2\pi l \lambda}{\ln r_2/r_1} (t_1 - t_2) \quad (7)$$

и

$$t = t_1 - \frac{Q}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r}{r_1}. \quad (8)$$

Последняя формула показывает, что внутри однородной цилиндрической стенки, при постоянном λ , температура изменяется по логарифмической кривой.

§ 6. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ШАРОВОЙ СТЕНКИ

Дан полый шар с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2 . Температура внутренней поверхности t_1 , внешней t_2 ($t_1 > t_2$). Определить

количество теплоты Q , прошедшей через стенку в час, если коэффициент теплопроводности материала стенки λ .

Выделим внутри стенки шаровой слой радиусом r и толщиной dr (фиг. 3), тогда

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr}.$$

Разделяя переменные и учитывая, что $F = 4\pi r^2$, получаем

$$dt = -\frac{Q}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{dr}{r^2}.$$

Интегрирование этого выражения по t в пределах от t_1 до t_2 и соответственно по r в пределах от r_1 до r_2 дает

$$t_2 - t_1 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

или

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (9)$$

откуда

$$Q = \frac{4\pi \cdot \lambda}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} (t_1 - t_2) = \frac{4\pi \cdot \lambda \cdot r_1 r_2 \Delta t}{r_2 - r_1} \frac{\text{ккал}}{\text{ч}} \quad (10)$$

и

$$t = \left(t_1 - \frac{Q}{4\pi\lambda \cdot r_1} \right) + \frac{Q}{4\pi \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r}. \quad (11)$$

Последняя формула показывает, что внутри однородной шаровой стенки, при постоянном λ , температура изменяется по закону $\left(\frac{1}{r}\right)$ гиперболы.

Полученные расчетные формулы теплопроводности можно применить для ориентировочной (приближенной) оценки нагрева фокуса трубки в некоторых частных (предельных) случаях.

Пример 1. Анод рентгеновской трубки для контактной терапии выполнен в виде медной трубы, открытый конец которой помещается против катода, другой конец запаян медной пластинкой толщиной $\delta = 0,05$ см, служащей мишенью для торможения электронов и окном для выхода рентгеновских лучей (фиг. 4). Эта пластинка снаружи охлаждается проточной водой и имеет температуру $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Определить температуру t_1 поверхности фокуса, если диаметр фокуса $d = 0,8$ см и нагрузка трубки равна $Q = 500$ вт.

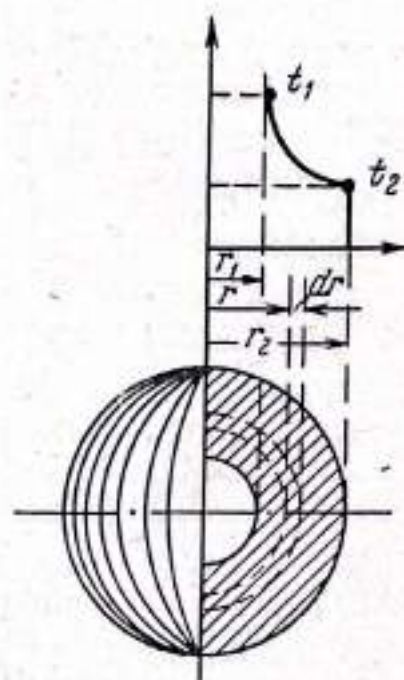


Рис. 3. Однородная шаровая стенка

Так как диаметр фокуса во много раз больше толщины анода, то задачу можно приближенно рассматривать как случай теплопроводности плоской стенки.

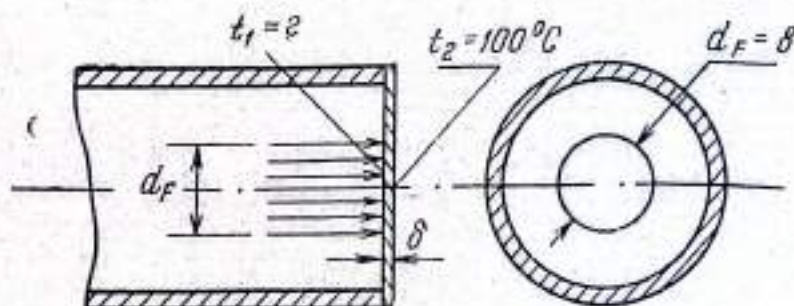


Рис. 4 Тонкий анод рентгеновской трубки. Фокус большой

Согласно формуле (4)

$$t_1 = t_2 + q \frac{\delta}{\lambda}$$

или, переходя к единицам *вт, см, сек*

$$t_1 = 100 + \frac{500 \cdot 0,05}{\pi \cdot 0,4^2 \cdot 3,25} \cong 115^\circ\text{C},$$

где $\lambda = 3,25 \frac{\text{вт}}{\text{см}^\circ\text{C}}$ — теплопроводность меди.

Пример 2. Рентгеновская трубка имеет толстый анод и очень узкий линейчатый фокус длиной $l = 0,8 \text{ см}$ и шириной $f = 0,02 \text{ см}$ (фиг. 5). Температура охлаждаемой поверхности анода $t_2 = 100^\circ\text{C}$.

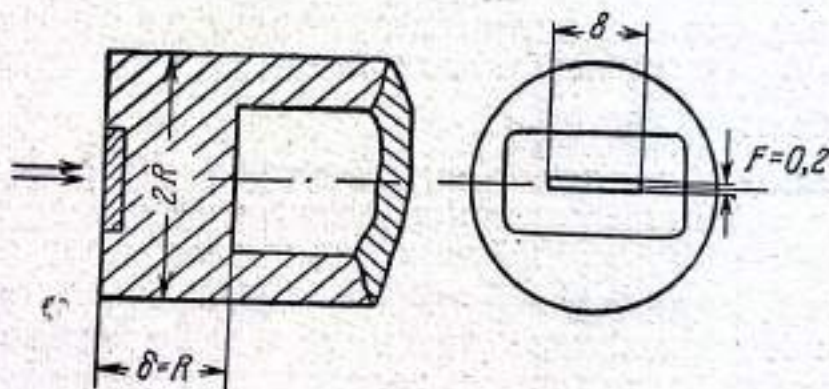


Рис. 5. Толстый анод рентгеновской трубки. Узкий линейчатый фокус

Определить температуру t_1 поверхности фокуса, если толщина анода δ равна радиусу анода $\delta = r_2 = 1,5 \text{ см}$ и нагрузка трубки равна $Q = 500 \text{ вт}$?

Очевидно, эту задачу можно приближенно рассматривать как случай теплопроводности цилиндрической стенки, внутренний радиус которой равен $r_1 \cong f/2 = 0,01$ см. Поэтому можно применить формулу (6)

$$t_1 = t_2 + \frac{Q}{2\pi l \cdot \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

но так как в нашем случае теплоотвод осуществляется только половиной цилиндрической стенки, то в эту формулу нужно подставить двойное количество тепла $2Q$

$$t_1 = t_2 + \frac{2Q}{2\pi l \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1},$$

или, подставляя числовые значения,

$$t_1 = 100 + \frac{2 \cdot 500}{2\pi \cdot 0,8 \cdot 3,25} \cdot \ln \frac{1,5}{0,01} \cong 408^\circ\text{C}.$$

Если анод имеет вольфрамовое зеркало ($\lambda_W = 0,92 \frac{\text{вт}}{\text{см}^\circ\text{C}}$) толщиной 0,2 см, то:

$$t_1 = t_2 + \frac{2Q}{2\pi l} \left(\frac{1}{\lambda_W} \ln \frac{r_W}{r_1} + \frac{1}{\lambda_{\text{Cu}}} \ln \frac{r_2}{r_W} \right);$$

$$t_1 = 100 + \frac{500}{\pi \cdot 0,8} \left(\frac{1}{0,92} \ln \frac{0,2}{0,01} + \frac{1}{3,25} \ln \frac{1,5}{0,2} \right) \cong 874^\circ\text{C}.$$

Пример 3. Рентгеновская трубка имеет толстый анод и очень острый круглый фокус $d = 0,02$ см (фиг. 6). Температура охла-

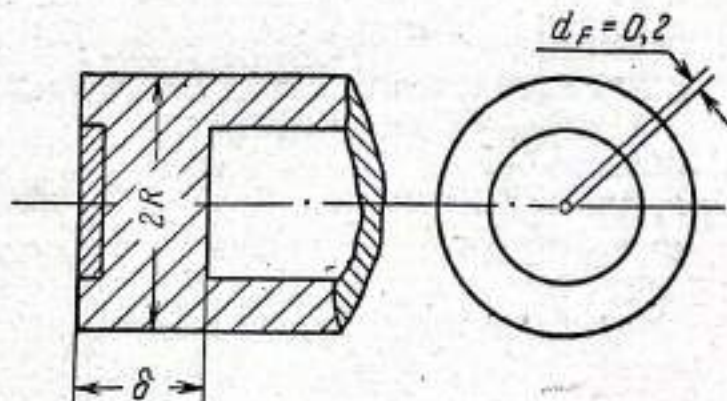


Рис. 6. Толстый анод рентгеновской трубки. Очень острый фокус

даемой поверхности анода $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Определить температуру t_1 поверхности фокуса, если толщина анода δ равна радиусу анода ($\delta = r_2 = 1,5$ см) и нагрузка трубки равна $Q = 100$ вт.

Очевидно, эту задачу можно приближенно рассматривать как случай теплопроводности шаровой стенки, внутренний радиус которой равен $r_1 \cong \frac{d}{2} = 0,01$ см. Поэтому можно применить формулу (9)

$$t_1 = t_2 + \frac{Q}{4\pi\lambda} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2},$$

но так как в нашем случае теплоотвод осуществляется только половиной шаровой стенки, то в эту формулу нужно подставить двойное количество тепла $2Q$

$$t_1 = t_2 + \frac{Q}{2\pi\lambda} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2};$$

$$t_1 = 100 + \frac{100}{2\pi \cdot 3,25} \cdot \frac{1,5 - 0,01}{0,01 \cdot 1,5} \cong 710^\circ\text{C}.$$

Если анод имеет вольфрамовое зеркало ($\lambda_w = 0,92 \frac{\text{вт}}{\text{см}^\circ\text{C}}$) толщиной 0,2 см, то:

$$t_1 = t_2 + \frac{Q}{2\pi} \left(\frac{1}{\lambda_w} \cdot \frac{r_w - r_1}{r_1 r_w} + \frac{1}{\lambda_{\text{Cu}}} \cdot \frac{r_2 - r_w}{r_w r_2} \right);$$

$$t_1 = 100 + \frac{100}{2\pi} \left(\frac{1}{0,92} \cdot \frac{0,2 - 0,01}{0,01 \cdot 0,2} + \frac{1}{3,25} \cdot \frac{1,5 - 0,2}{0,2 \cdot 1,5} \right) = \\ = 100 + 15,9(103,2 + 1,165) \cong 1760^\circ\text{C}.$$

§ 7. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ СТЕРЖЕНЬ

В рентгеновских трубках с радиаторным охладителем отвод тепла от анода осуществляется главным образом путем теплопроводности через медный стержень, впаянный в полость анода. Для оценки эффективности таких охладителей выведем расчетные формулы передачи тепла через стержень.

Пусть призматический стержень с поперечным сечением F и периметром сечения L находится в среде, температуру которой примем равной нулю. Один конец стержня поддерживается при постоянной температуре ϑ_0 . Коэффициенты теплопроводности стержня λ и теплоотдачи окружающей среде α_1 известны. При допущении, что температура стержня изменяется только вдоль его длины, найти распределение температуры по стержню и количество передаваемой им теплоты при установившемся тепловом режиме.

Выделим короткий отрезок стержня длиной dx на расстоянии x от начала (фиг. 7) и составим для него уравнение баланса тепла.

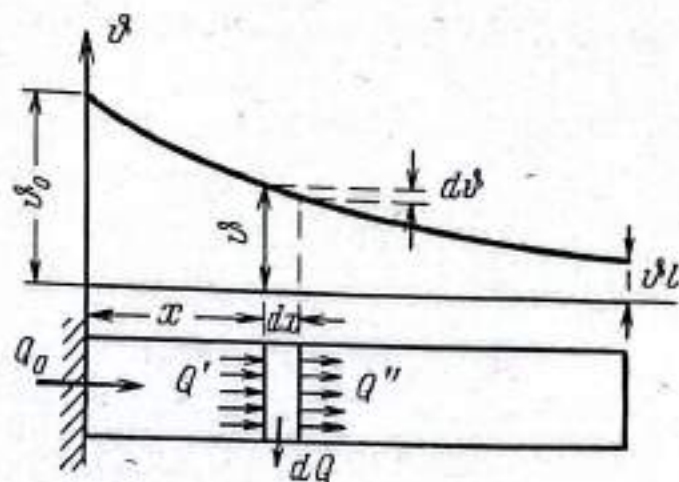


Рис. 7. Теплопередача через стержень

Слева к этому элементу притекает количество тепла Q' , а справа выходит Q'' . Кроме того, с боковой поверхности элемента уходит в окружающую среду dQ . В установившемся состоянии количество теплоты, входящей в элемент dx , равно количеству тепла, отданного им, т. е.

$$dQ = Q' - Q''$$

согласно закону Фурье

$$Q' = -\lambda F \frac{d\vartheta}{dx};$$

$$Q'' = -\lambda F \frac{d}{dx} \left(\vartheta + \frac{d\vartheta}{dx} dx \right) = -\lambda F \left(\frac{d\vartheta}{dx} + \frac{d^2\vartheta}{dx^2} dx \right);$$

и

$$dQ = \alpha_1 \cdot L \cdot dx \cdot \vartheta.$$

Следовательно

$$\alpha_1 L \vartheta dx = \lambda F \frac{d^2\vartheta}{dx^2} dx$$

или

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{\alpha_1 L}{\lambda \cdot F} \cdot \vartheta = m^2 \vartheta, \quad (12)$$

где

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_1 L}{\lambda \cdot F}}. \quad (13)$$

Если $m = \text{const}$, то общее решение уравнения (12) имеет вид:

$$\vartheta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}. \quad (14)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из граничных условий, которые зависят от длины стержня. Рассмотрим два случая — бесконечно длинный стержень и стержень конечной длины l .

1. Стержень бесконечной длины. Граничные условия в этом случае:

1) при $x = 0$ $\vartheta = \vartheta_0$;
тогда из (14)

$$\vartheta_0 = C_1 + C_2 \quad (a)$$

2) при $x = \infty$ $\vartheta = 0$;
тогда

$$0 = C_1 e^{+m\infty} + C_2 e^{-m\infty}. \quad (б)$$

Из формул (б) и (а) имеем

$$C_1 = 0 \quad \text{и} \quad C_2 = \vartheta_0.$$

Подставляя эти значения C_1 и C_2 в (14), получаем

$$\vartheta = \vartheta_0 e^{-mx}, \quad ^\circ C. \quad (15)$$

Количество переданного стержнем тепла в окружающую среду равно количеству тепла, прошедшего через его основание, при $x = 0$:

$$Q = -\lambda F \left| \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=0}. \quad (в)$$

Из уравнения (15) имеем

$$\left| \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=0} = \left| -m\vartheta_0 e^{-mx} \right|_{x=0} = -m\vartheta_0.$$

Подставляя это значение для $\left| \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=0}$ в уравнение (в), получаем

$$Q = \lambda F m \vartheta_0 = \lambda F \vartheta_0 \sqrt{\frac{\alpha_1 L}{\lambda \cdot F}} = \vartheta_0 \sqrt{\alpha_1 \cdot \lambda \cdot L \cdot F}. \quad (16)$$

2. Стержень конечной длины. Граничные условия для стержня конечной длины l :

1) при $x = 0$ $\vartheta = \vartheta_0$;
тогда из (14)

$$\vartheta_0 = C_1 + C_2 \quad (г)$$

2) при $x = l$ $\vartheta = \vartheta_l$ и

$$\vartheta_l = C_1 e^{ml} + C_2 e^{-ml}. \quad (д)$$

3) на конце стержня (при $x = l$) количество тепла, подведенное к торцу путем теплопроводности, равно количеству тепла, переданному соприкасающейся с ним среде путем теплоотдачи

$$-\lambda F \left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=l} = \alpha_2 \cdot F \cdot \vartheta_l, \quad (e)$$

где α_2 — коэффициент теплоотдачи на торце стержня ($\alpha_1 \neq \alpha_2$).

Из уравнения (14) имеем

$$\left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=l} = C_1 m e^{ml} - C_2 m e^{-ml}. \quad (ж)$$

Подставляя (ж) и (д) в (е), получаем

$$-\lambda(C_1 e^{ml} - C_2 e^{-ml}) = \alpha_2(C_1 e^{ml} + C_2 e^{-ml}). \quad (и)$$

Решая теперь совместно (г) и (и), можно определить постоянные C_1 и C_2 , после подстановки которых в уравнение (14) получим формулу для вычисления температуры на конце стержня, положив $x = l$

$$\vartheta_l = \frac{\vartheta_0}{\operatorname{ch} ml + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{sh} ml} \quad (17)$$

или

$$\vartheta_0 = \vartheta_l \left(\operatorname{ch} ml + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{sh} ml \right). \quad (17')$$

Количество тепла, отводимое стержнем, равно количеству тепла, прошедшему через основание стержня при $x = 0$. Поэтому, пользуясь уравнением (14), можно написать

$$Q = -\lambda F \left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda F m (C_1 - C_2). \quad (к)$$

После подстановки значений C_1 и C_2 получим

$$Q = \lambda m F \vartheta_0 \cdot \frac{\frac{\alpha_2}{m\lambda} + \operatorname{th} ml}{1 + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{th} ml}. \quad (18)$$

В частном случае, если теплоотдачей с торца можно пренебречь ($\alpha_2 = 0$), получаем более простые формулы.

Полагая $\alpha_2 = 0$ в уравнении (17), получаем

$$\vartheta_l = \frac{\vartheta_0}{\operatorname{ch} ml}.$$



41540

Полагая $\alpha_2 = 0$ в уравнении (18), получаем

$$Q = \lambda m F \theta_0 \operatorname{th} ml$$

или, так как

$$m^2 = \frac{\alpha_1 L}{\lambda \cdot F}, \text{ то } \lambda F = \frac{\alpha_1 L}{m^2},$$

$$Q = \frac{\alpha_1 L}{m} \theta_0 \operatorname{th} ml.$$

(19)

(19')

Пример 4. Вычислить теплоотдачу алюминиевого ребристого радиатора с радиально расположенными ребрами (фиг. 8). Вы-

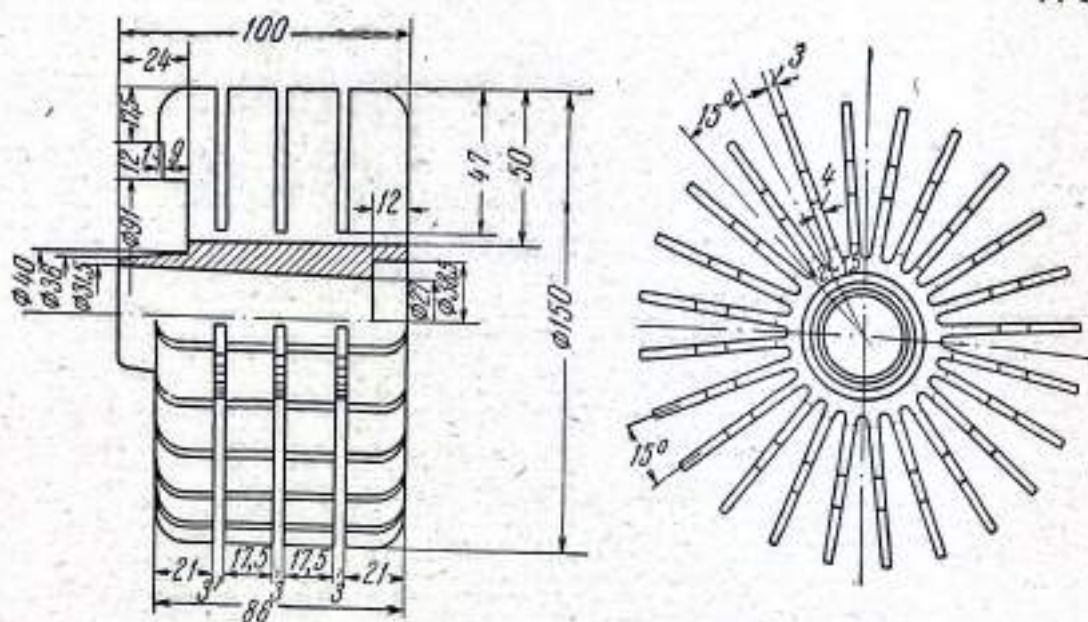


Рис. 8. Ребристый радиатор анода рентгеновской трубки

сота радиатора $b = 86$ мм; диаметр цилиндрической части радиатора $d_1 = 50$ мм; диаметр по концам ребер $d_2 = 150$ мм; число ребер $n = 24$; толщина ребер $\delta = 4$ мм; температура у основания ребер $t_0 = 150^\circ\text{C}$; температура окружающего воздуха $t_{\text{возд}} = 20^\circ\text{C}$. Коэффициент теплоотдачи $\alpha_1 = 7 \cdot 7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ (см. пример 5, стр. 37).

Коэффициент теплопроводности алюминия $\lambda_{\text{Al}} = 2,05 \frac{\text{вт}}{\text{см} \cdot ^\circ\text{C}}$.

Вычисляем:

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_1 L}{\lambda F}} = \sqrt{\frac{\alpha_1 2(\delta + b)}{\lambda \cdot \delta \cdot b}} \cong \sqrt{\frac{\alpha_1 \cdot 2}{\lambda \cdot \delta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,7 \cdot 10^{-4}}{2,05 \cdot 0,4}} \cong 0,043;$$

$$ml = 0,043 \cdot 5 = 0,215;$$

$$\operatorname{th}(ml) = \operatorname{th} 0,215 = 0,211.$$

Применяя формулу (19), находим теплоотдачу одного ребра
 $Q_1 = \lambda m F \vartheta_0 t h m l = 2,05 \cdot 0,043 \cdot 8,6 \cdot 0,4 \cdot (150 - 20) \cdot 0,211 = 8,3 \text{ вт.}$
Для 24 ребер теплоотдача равна

$$Q_p = 8,3 \cdot 24 = 200 \text{ вт.}$$

Теплоотдача поверхности цилиндрической части радиатора, не занятой ребрами

$$Q_a = (\pi d - n \delta) b \cdot \alpha_1 (t_0 - t_{\text{возд}}) = (\pi \cdot 5 - 24 \cdot 0,4) \cdot 8,6 \cdot 7,7 \cdot 10^{-4} \times \\ \times (150 - 20) = 5,25 \text{ вт.}$$

Общая теплоотдача радиатора

$$Q_{\text{радиатора}} = 200 + 5,25 \cong 205 \text{ вт.}$$

II. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

§ 8. ФИЗИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА

Теплообмен между твердым телом и жидкостью или газом осуществляется путем теплопроводности и конвекции. Оба процесса связаны друг с другом, и их совместное действие называется конвективным теплообменом или теплоотдачей.

Конвекция связана с движением жидкости, посредством которого тепло переносится из одного места в другое и представляет собою очень сложный процесс, зависящий от большого числа различных факторов, из которых главнейшими являются следующие:

1. Природа возникновения движения жидкости.
2. Режим движения жидкости.
3. Род и физические свойства жидкости и ее температура.
4. Форма и размеры поверхности твердого тела и др.

Рассмотрим несколько подробнее каждый из этих факторов.

1. Природа возникновения движения жидкости. Различают два рода движения жидкости — свободное и вынужденное. Первое возникает в результате различной степени нагрева частиц жидкости, т. е. за счет внутренних сил, вызванных разностью плотностей холодных и нагретых частиц жидкости, и называется естественной конвекцией. Она зависит от рода жидкости, разности температур и объема пространства, в котором происходит процесс.

Вынужденная конвекция возникает под действием внешних сил (насос, вентилятор и т. п.) и зависит также от физических свойств жидкости (или газа), ее температуры, скорости движения, формы и размеров канала, в котором происходит движение.

2. Режим движения жидкости. Различают два режима вынужденного движения — ламинарный и турбулентный. В ламинарном потоке каждая линия тока сохраняет постоянное положение по отношению к стенкам канала. В турбулентном потоке режим течения неупорядоченный, хаотичный, скорости частиц могут быть направлены перпендикулярно к средней скорости потока, и определенные линии тока отсутствуют.

Ламинарный режим устанавливается при малых и средних скоростях течения жидкости и переходит в турбулентный сразу, как только средняя скорость движения жидкости становится выше критической. Критическая скорость для различных жидкостей и различных геометрических размеров канала имеет различные значения.

3. Пограничный слой. Около стенок ограничивающей поверхности при любом режиме движения всегда образуется тонкий слой жидкости, движущийся ламинарно — пограничный слой. Толщина этого слоя зависит от средней скорости жидкости и с увеличением скорости уменьшается. В этом слое передача тепла происходит главным образом за счет теплопроводности. Ввиду низкой теплопроводности жидкости в пограничном слое, вблизи поверхности, происходит резкое падение температуры. По мере удаления от стенки конвекция растет и падение температуры замедляется (фиг. 9). Следовательно, при турбулентном режиме интенсивность теплоотдачи определяется главным образом толщиной пограничного слоя.

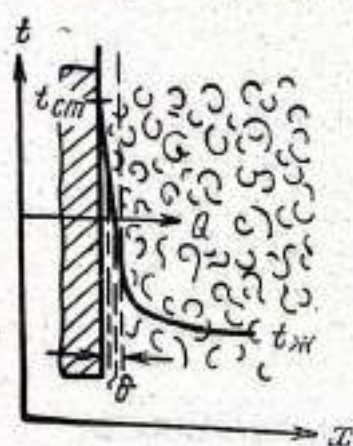


Рис. 9. Пограничный слой

4. Физические свойства жидкости. Теплоотдача в различных жидкостях, в зависимости от их физических свойств, протекает различно. Наибольшее влияние на процесс теплоотдачи оказывают следующие физические параметры жидкости:

- коэффициент теплопроводности, $\lambda \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}} \right]$;
- теплоемкость, $c \left[\frac{\text{ккал}}{\text{кг } ^\circ\text{C}} \right]$;
- удельный вес — вес единицы объема, $\gamma \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$;
- плотность — масса единицы объема, $\rho = \frac{\gamma}{g} \left[\frac{\text{кг сек}^2}{\text{м}^4} \right]$;
- коэффициент температуропроводности, $a = \frac{\lambda}{c \cdot \gamma} \left[\frac{\text{м}^2}{\text{ч}} \right]$;
- вязкость.

Между частицами или слоями жидкости, движущимися с различными скоростями, всегда возникает сила внутреннего трения,

препятствующая движению. Сила трения, отнесенная к единице поверхности, пропорциональна градиенту скорости:

$$S = \mu \frac{dw}{dn} \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2} \right].$$

Множитель μ в этом уравнении называется коэффициентом динамической вязкости. Размерность коэффициента вязкости в системе CGS

$$\mu \left[\frac{\text{г масса}}{\text{см сек}} \right] = \left[\frac{\text{дина сек}}{\text{см}^2} \right] = \text{пуаз};$$

в технической системе

$$\mu \left[\frac{\text{кг сек}}{\text{м}^2} \right].$$

В уравнениях теплопередачи и гидродинамики часто пользуются коэффициентом кинематической вязкости ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\text{м}^2}{\text{сек}} \right].$$

5. Форма и размеры теплоотдающей поверхности. Форма и размеры нагреваемой или охлаждаемой поверхности создают особые условия течения жидкости и поэтому оказывают существенное влияние на теплоотдачу. Имеет также большое значение, движется ли жидкость внутри ограничивающих поверхностей, или же поверхность тела омывается жидкостью со всех сторон.

§ 9. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООТДАЧИ

В практических расчетах количество тепла, отданного (или принятого) стенкой потоку жидкости, обычно определяют по формуле Ньютона

$$Q = \alpha F (t_{ст} - t_{ж}), \quad (20)$$

где

F — поверхность теплообмена;

$t_{ст}$ — температура стенки, °C;

$t_{ж}$ — температура жидкости или газа, °C;

α — коэффициент теплоотдачи, $\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}}$. Численно коэффициент теплоотдачи равен количеству тепла, переданного в единицу времени через единицу поверхности твердого тела при разности температур этой поверхности и жидкости в один градус.

Коэффициент теплоотдачи α , как показывают многочисленные исследования, является сложной функцией рассмотренных выше факторов: формы Φ , размеров l_1, l_2, l_3 и температуры стенки t_{cm} , скорости движения жидкости w , ее температуры $t_{ж}$, физических параметров жидкости и других, а также от режима движения жидкости и природы его возникновения.

$$\alpha = f(\Phi, l_1, l_2, l_3, t_{cm}, w, t_{ж}, \lambda, \nu, \rho, \dots). \quad (21)$$

Чрезвычайная сложность процесса конвективного теплообмена приводит к непреодолимым трудностям математического характера, возникающим при попытках аналитического определения коэффициента теплоотдачи α . Вследствие этого исследование конвективного теплообмена производится главным образом экспериментально.

Изучение процессов теплообмена экспериментальным путем также осложняется наличием многочисленных факторов, влияющих на эти процессы. Так как экспериментальное отыскание зависимости величины α от всех указанных факторов представляет почти неразрешимую задачу, то исследователи вынуждены довольствоваться учетом влияния только некоторых главнейших факторов. Однако полученная таким образом эмпирическая зависимость для одного какого-либо конкретного случая не всегда может быть распространена на другие случаи, чем-нибудь отличающиеся от изученного на опыте.

Для того чтобы результаты исследования единичного опыта устанавливали зависимость между величинами, характерными для целого ряда объектов, аналогичных исследуемому, необходимо при постановке эксперимента на какой-либо модели заранее знать:

1. Какие величины надо измерять в опыте.
2. Как обрабатывать результаты опыта.
3. Какие явления в теплообмене подобны изучаемому.

На все эти вопросы дает ответ теория подобия.

§ 10. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Теория подобия — есть учение о подобии явлений. Она дает общие правила для постановки эксперимента, обобщения результатов единичного опыта и распространения их на другие подобные системы. Принцип подобия в физических явлениях аналогичен принципу подобия в геометрии. Как известно, в геометрически подобных фигурах, например треугольниках (фиг. 10), сходственные стороны пропорциональны

$$\frac{l_1}{l'_1} = \frac{l_2}{l'_2} = \frac{l_3}{l'_3} = c_l = \text{const.} \quad (22)$$

Коэффициент пропорциональности c называется константой подобия. Условие (22) является математической формулировкой геометрического подобия. Принципы теории подобия можно распространять на любые физические явления. Ими широко пользуются в гидродинамике. К процессам теплообмена они были впервые применены Нуссельтом в 1909 году и широко разработаны школой академика Кирпичева М. В.

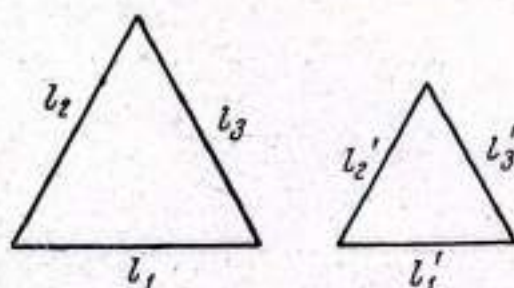


Рис. 10. Геометрически подобные треугольники

Для теплового подобия потоков жидкости необходимо, чтобы потоки были ограничены стенками геометрически подобной конфигурации и чтобы во всем объеме обеих систем в сходственных точках были подобны скорость w , вязкость ν , плотность ρ , температура t и другие физические величины, характеризующие явления.

Математическим выражением подобия двух систем являются равенства:

$$\frac{w''}{w'} = c_w; \quad \frac{\nu''}{\nu'} = c_\nu; \quad \frac{\rho''}{\rho'} = c_\rho; \quad \frac{t''}{t'} = c_t \text{ и т. д.} \quad (23)$$

Каждая константа подобия снабжается индексом, указывающим, к какой физической величине она относится.

§ 11. КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

В отношении констант подобия следует сделать следующие указания:

1. Если в пространственно подобных фигурах отношение сходственных сторон равно (фиг. 11)

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = c_l, \quad (24)$$

то отношение поверхностей сходственных граней

$$\frac{F}{F'} = c_F = c_l^2 \quad (25)$$

и отношение объемов

$$\frac{V}{V'} = c_V = c_l^3. \quad (26)$$

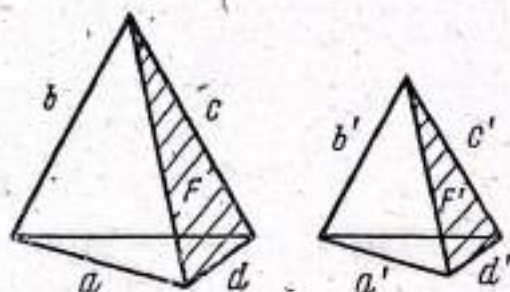


Рис. 11. Геометрически подобные пирамиды

2. Дифференциалы каких-либо величин должны быть подобны самим величинам:

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = c_\varphi. \quad (27)$$

3. Для сложных физических явлений, которые определяются несколькими величинами, константы подобия этих величин нельзя выбирать произвольно.

Оказывается, что выбор одной или нескольких констант подобия определяет выбор остальных, т. е. между ними существует определенная для каждого явления связь.

Для определения связи между константами подобия какого-либо явления необходимо составить уравнение самого явления. Выясним это на простом частном примере. Согласно второму закону Ньютона сила F равна произведению массы m на ускорение $u = \frac{w}{\tau}$, т. е. $F = m \frac{w}{\tau}$.

Напишем это уравнение для сходственных частиц жидкости m' и m'' двух подобных систем

$$F' = m' \frac{w'}{\tau'} \quad (28)$$

и

$$F'' = m'' \frac{w''}{\tau''}. \quad (29)$$

Если эти системы подобны, то согласно определению подобия можно написать равенства

$$\frac{F''}{F'} = c_F; \quad \frac{m''}{m'} = c_m; \quad \frac{w''}{w'} = c_w; \quad \frac{\tau''}{\tau'} = c_\tau \quad (30)$$

или

$$F'' = c_F \cdot F'; \quad m'' = c_m m'; \quad w'' = c_w \cdot w'; \quad \tau'' = c_\tau \cdot \tau'. \quad (31)$$

Поэтому уравнение (29) можно написать в следующем виде

$$c_F \cdot F' = c_m \cdot m' \frac{c_w \cdot w'}{c_\tau \cdot \tau'} = \frac{c_m c_w}{c_\tau} \cdot \frac{m' w'}{\tau'}. \quad (32)$$

Уравнения (28) и (32) теперь составлены из одних и тех же переменных первой системы и констант подобия. Так как эти переменные должны определяться одинаковым образом из обоих этих уравнений, то они должны быть тождественными. Для этого необходимо, чтобы в уравнении (32) комплексы, составленные из кон-

стант подобия сократились. Поэтому константы подобия надо выбрать так, чтобы

$$c_F = \frac{c_m \cdot c_w}{c_\tau} \text{ или } \frac{c_F \cdot c_\tau}{c_m \cdot c_w} = 1. \quad (33)$$

Уравнение (33) и есть условие, определяющее выбор констант подобия.

Подставляя теперь в (33) значения констант подобия из (30) и группируя величины с одним штрихом в левой части равенства, а с двумя штрихами — в правой, получим

$$\frac{F' \cdot \tau'}{m' \cdot w'} = \frac{F'' \cdot \tau''}{m'' \cdot w''} \text{ или } \frac{F \cdot \tau}{m \cdot w} = Ne - idem \text{ (одно и то же)} \quad (34)$$

Полученное равенство (34) выражает основное свойство подобных систем, заключающееся в том, что существуют особые величины, которые для всех подобных между собою явлений сохраняют одно и то же числовое значение. Эти величины, называемые критериями подобия, являются безразмерными комплексами, составленными из величин, характеризующих явление.

Критерии подобия принято обозначать двумя начальными буквами фамилий ученых, работавших в соответствующих областях науки, например: *Ne* (*Newton*), *Re* (*Reynolds*), *Eu* (*Euler*), *Nu* (*Nusselt*), *Fr* (*Froude*), *Pe* (*Peclét*), *Pr* (*Prandl*) и т. д., или просто большими буквами $K_1, K_2, K_3 \dots$

Таким же образом можно получить критерии подобия из любого алгебраического или дифференциального уравнения.

Поэтому для составления критериев подобия какого-либо явления необходимо написать уравнение этого явления, хотя бы в виде неинтегрируемого дифференциального уравнения.

§ 12. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Первая теорема: «Подобные между собою явления имеют одинаковые критерии подобия».

Вторая теорема: «Интеграл дифференциального уравнения может быть представлен в виде функции критериев».

На основании второй теоремы любая зависимость между переменными, характеризующими какое-либо явление, может быть представлена в виде зависимости между критериями подобия $K_1, K_2, K_3 \dots$

$$f(K_1, K_2, K_3 \dots) = 0 \quad (35)$$

Это уравнение называется обобщенным или критериальным уравнением.

Таким образом, теория подобия позволяет, не интегрируя дифференциальных уравнений, получать из них критерии подобия и устанавливать критериальные зависимости, которые справедливы для всех подобных процессов.

Однако теория подобия не может указать вида зависимости между критериями подобия. Последняя должна быть определена экспериментально.

При постановке эксперимента, согласно первой теореме, нужно измерять все те величины, которые входят в критерии подобия изучаемого процесса.

Результаты опыта, согласно второй теореме, необходимо обрабатывать в критериях подобия, и зависимость между ними представлять в виде критериальных уравнений.

Отметим, что при этом число опытов, необходимых для установления искомой зависимости, сильно сокращается, так как для этого достаточно проследить за изменением одной из нескольких переменных, входящих в состав критериев подобия.

§ 13. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ К КОНВЕКТИВНОМУ ТЕПЛООБМЕНУ

Явление теплообмена между жидкостью и твердой стенкой, как указывалось, определяется как характером движения жидкости, так и ее физическими свойствами. Поэтому процесс конвективного теплообмена можно представить системой механических и тепловых дифференциальных уравнений, из которых можно найти критерии механического и теплового подобия.

А. Механическое подобие. Для нахождения критериев механического подобия движения жидкости в геометрически подобных системах напишем уравнение непрерывности и уравнение движения несжимаемой жидкости.

Уравнение непрерывности выводится на основании закона сохранения массы

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (36)$$

Уравнение движения выводится на основании второго закона Ньютона — произведение массы на ускорение равно сумме действующих сил — и для проекции на ось x имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \left[w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right] = \\ = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (37)$$

Все члены этого уравнения имеют размерность силы, отнесенной к единице объема $\left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$.

Левая часть уравнения (37) представляет собою произведение массы на ускорение. Первый член правой части — силу тяжести, второй член — силу давления и третий — силу трения вязкой жидкости.

Для второй подобной системы, обозначая переменные штрихом, будем иметь следующие уравнения:

$$\frac{\partial w'_x}{\partial x'} + \frac{\partial w'_y}{\partial y'} + \frac{\partial w'_z}{\partial z'} = 0 \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w'_x}{\partial \tau'} + \rho' \left[w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial w'_x}{\partial z'} \right] = \\ = \rho' g'_x - \frac{\partial P'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 w'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial z'^2} \right). \end{aligned} \quad (39)$$

Так как процессы подобны, то из определения подобия должны иметь место равенства:

$$\begin{aligned} \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = c_l; \quad \frac{w'}{w} = c_w; \quad \frac{\tau'}{\tau} = c_\tau; \quad \frac{\rho'}{\rho} = c_\rho; \\ \frac{P'}{P} = c_p; \quad \frac{\mu'}{\mu} = c_\mu \end{aligned} \quad (40)$$

или

$$x' = c_l \cdot x; \quad w' = c_w \cdot w; \quad \tau' = c_\tau \cdot \tau; \quad \rho' = c_\rho \cdot \rho \text{ и т. д.} \quad (41)$$

В уравнениях (38) и (39) величины со штрихами можно заменить величинами без штрихов с помощью уравнений (41). Производя замену, вместо уравнений (38) и (39) получим:

$$\frac{c_w}{c_l} \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} c_\rho \cdot \frac{c_w}{c_\tau} \cdot \rho \frac{\partial w}{\partial \tau} + c_\rho \frac{c_w^2}{c_l} \cdot \rho \left[w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right] = \\ = c_\rho \cdot c_g \cdot \rho g_x - \frac{c_p}{c_l} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + c_\mu \frac{c_w}{c_l^2} \cdot \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (43)$$

Если система уравнений (42) и (43) тождественна с системой уравнений (36) и (37), то числовые множители, составленные из констант подобия, в уравнениях (42) и (43) должны сократиться. Из этого требования получаем условия, определяющие выбор констант.

Из уравнения непрерывности следует

$$\frac{c_w}{c_l} = \text{const.}$$

Для выбора констант подобия это уравнение ничего не дает. Из уравнения движения получаем следующие соотношения:

$$\frac{c_p c_w}{c_\tau} = c_p \frac{c_w^2}{c_l} = c_p c_g = \frac{c_p}{c_l} = c_\mu \frac{c_w}{c_l^2}. \quad (44)$$

Группируя члены этого соотношения попарно, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \text{из (1) и (2)} \quad \frac{c_p c_w}{c_\tau} &= \frac{c_p c_w^2}{c_l} \quad \text{или} \quad \frac{c_w c_\tau}{c_l} = 1 \\ \text{из (2) и (3)} \quad c_p \frac{c_w^2}{c_l} &= c_p c_g \quad \text{или} \quad \frac{c_g c_l}{c_w^2} = 1 \\ \text{из (2) и (4)} \quad c_p \frac{c_w^2}{c_l} &= \frac{c_p}{c_l} \quad \text{или} \quad \frac{c_p}{c_p \cdot c_w^2} = 1 \\ \text{из (2) и (5)} \quad c_p \frac{c_w^2}{c_l} &= c_\mu \frac{c_w}{c_l^2} \quad \text{или} \quad \frac{c_p c_w c_l}{c_\mu} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Подставляя в уравнения (45) вместо констант подобия их значения из уравнений (40) и группируя отдельно все величины со штрихами и без штрихов, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{w' \tau'}{l'} &= \frac{w \cdot \tau}{l} = Ho = idem \quad (\text{критерий гомотронности}) \\ \frac{g' l'}{w'^2} &= \frac{g l}{w^2} = Fr = idem \quad (\text{критерий Фруда}) \\ \frac{P'}{\rho' w'^2} &= \frac{P}{\rho w^2} = Eu = idem \quad (\text{критерий Эйлера}) \\ \frac{\rho' w' l'}{\mu'} &= \frac{\rho w l}{\mu} = Re = idem \quad (\text{критерий Рейнольдса}) \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Полученные комплексы переменных, сохраняющие одно и то же значение для подобных систем, как указывалось, являются критериями подобия.

Следовательно, согласно второй теореме теории подобия критериальное уравнение движения жидкости может быть записано в следующем виде:

$$f(Ho, Eu, Fr, Re) = 0 \quad (47)$$

Задачей эксперимента является нахождение этой функции. Определение функции от четырех переменных является чрезвычайно трудной задачей. Однако для решения практических задач этого не требуется, так как число критериев ограничивается условиями самой задачи одним, двумя и редко тремя критериями.

Так, например, при установившемся движении критерия Ho , в который входит время, равен нулю и выпадает из уравнения.

Критерий Фруда Fr характеризует подобие сил тяжести и при вынужденном движении им можно пренебречь. Напротив, при естественной конвекции он является решающим, так как им определяется подобие движения жидкости, вызванное разностью плотностей отдельных частиц.

Так как в этом случае измерить скорость w невозможно, то из критерия Fr исключают скорость путем умножения его на Re^2 , при этом получают новый критерий Галлилея — Ga

$$Ga = Fr \cdot Re^2 = \frac{gl}{w^2} \left(\frac{\rho w l}{\mu} \right)^2 = \frac{\rho^2 g l^3}{\mu^2}$$

или, так как $\nu = \mu/\rho$

$$Ga = \frac{g l^3}{\nu^2}. \quad (48)$$

Так как в задачах теплообмена, где изменение плотности жидкости вызвано различием температур в различных ее точках, необходимо иметь критерий, содержащий эту величину Δt .

Умножая Ga на безразмерную величину $\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}$, получим новый критерий Архимеда — Ar

$$Ar = Ga \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} = \frac{g l^3}{\nu^2} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}, \quad (49)$$

где

ρ и ρ_0 — плотность жидкости в двух точках системы.

Наконец, положим, что

$$\rho = \rho_0(1 - \beta \Delta t),$$

имеем

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} = \beta \Delta t, \quad (50)$$

где

β — коэффициент объемного расширения. Подставляя это выражение в Ar , получим критерий Грасгофа — Gr

$$Gr = \beta \frac{g l^3}{\nu^2} \Delta t, \quad (51)$$

который является критерием подобия движения при естественной конвекции, вызванной разностью температур в разных точках системы.

Заметим, что критерии Fr , Ga , Ar и Gr идентичны — это четыре вида критерия, характеризующего силы тяжести.

Критерий Re характеризует режим движения жидкости. Как указывалось, для всякой вязкой жидкости возможны два существенно различных режима движения — ламинарный и турбулентный. При малых значениях числа $Re (< 2300)$ струйки жидкости текут параллельно стенкам трубы на всем ее протяжении. Такое движение называется ламинарным (*lamina* — пластинка, слой). Если число $Re > 2300$ струйки размываются, перемешиваются и течение становится неупорядоченным. Такое движение называется турбулентным (*turbulentus* — беспокойный, взволнованный, бурный).

Следует заметить, что переход ламинарной формы течения в турбулентную определяется не величиною скорости, а числом Re , составленным из диаметра, скорости и кинематической вязкости

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu}. \quad (52)$$

Поэтому при движении жидкости в трубах разных диаметров при постоянной температуре ($\nu = \text{пост.}$) переход ламинарного режима течения в турбулентный будет происходить в трубах большего диаметра при меньшей скорости. Очевидно, также, что жидкости с большей вязкостью принимают турбулентный режим при большей скорости.

Турбулентность играет большую роль: с ростом числа Re увеличиваются сопротивления течению и увеличивается теплообмен.

Напротив, в случае естественной конвекции, обусловленной разностью плотностей нагретых и холодных частиц жидкости, критерий Re выпадает и главенствующую роль играет, как указывалось, критерий Грасгофа Gr .

Таким образом, не все критерии подобия, которые мы получили из общего уравнения движения жидкости, играют одинаковую роль: каждый критерий подобия имеет свою область преимущественного применения.

При вынужденном движении жидкости основное значение имеет критерий Re и влиянием критерия Грасгофа можно пренебречь.

Напротив, при естественной конвекции наибольшее значение имеет критерий Gr , критерий Re имеет ничтожное значение.

В. Тепловое подобие. Точно таким же образом находят критерии теплового подобия. Для этого необходимо написать дифференциальные уравнения теплопроводности и теплообмена между твердым телом и жидкостью для двух подобных систем.

Уравнение теплопроводности, которое выводится на основании закона сохранения энергии, имеет следующий вид для движущейся жидкости (уравнение Фурье—Кирхгофа)

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (53)$$

Уравнение теплообмена выводится из равенства количества тепла, отдаваемого поверхностью твердого тела (закон Ньютона)

$$Q = \alpha F \Delta t$$

и теплотой, отводимой теплопроводностью жидкости (закон Фурье)

$$Q = -\lambda F \frac{\partial t}{\partial x},$$

откуда

$$\alpha \Delta t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (54)$$

Для второй подобной системы, обозначая переменные штрихами, имеем

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} + w'_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial t'}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial t'}{\partial z'} = a' \left(\frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial z'^2} \right) \quad (55)$$

и

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda' \frac{\partial t'}{\partial x'}. \quad (56)$$

Так как процессы подобны, то из определения подобия должны иметь место равенства:

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = c_l; \quad \frac{t'}{t} = c_t; \quad \frac{\tau'}{\tau} = c_\tau; \quad \frac{w'}{w} = c_w;$$

$$\frac{a'}{a} = c_a; \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = c_\lambda \quad (57)$$

или

$$x' = c_l \cdot x; \quad t' = c_t \cdot t; \quad \tau' = c_\tau \cdot \tau; \quad w' = c_w \cdot w; \quad a' = c_a \cdot a;$$

$$\lambda' = c_\lambda \cdot \lambda. \quad (58)$$

Заменяя переменные второй системы (55) и (56) через переменные первой с помощью уравнений (58), получим:

$$\frac{c_t}{c_\tau} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} + c_w \frac{c_t}{c_l} \left[w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right] =$$

$$= c_a \frac{c_t}{c_l^3} \left[a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \right] \quad (59)$$

и

$$c_a \cdot c_t \cdot \alpha \Delta t = -c_\lambda \frac{c_t}{c_l} \cdot \lambda \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (60)$$

Из условия тождественности уравнений (53), (54) и (59), (60) имеем следующие равенства:

$$\frac{c_t}{c_\tau} = c_w \frac{c_t}{c_l} = c_a \frac{c_t}{c_l^2} \text{ и } c_\alpha \cdot c_t = c_\lambda \frac{c_t}{c_l}. \quad (61)$$

Группируя попарно, имеем:

$$\left. \begin{array}{l} \text{из (1) и (3)} \quad \frac{c_t}{c_\tau} = c_a \frac{c_t}{c_l^2} \text{ или } \frac{c_a \cdot c_\tau}{c_l^2} = 1 \\ \text{из (2) и (3)} \quad c_w \frac{c_t}{c_l} = c_a \frac{c_t}{c_l^2} \text{ или } \frac{c_w \cdot c_l}{c_a} = 1 \\ \text{из (4)} \quad c_\alpha \cdot c_t = c_\lambda \frac{c_t}{c_l} \text{ или } \frac{c_\alpha \cdot c_l}{c_\lambda} = 1 \end{array} \right\} \quad (62)$$

Подставляя теперь вместо константы подобия их выражения из (57), получаем:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\alpha' \tau' l'}{l'^2} = \frac{\alpha \tau}{l^2} = Fo = idem \text{ (критерий Фурье)} \\ \frac{w' \cdot l'}{\alpha'} = \frac{w l}{\alpha} = Pe = idem \text{ (критерий Пекле)} \\ \frac{\alpha' l'}{\lambda'} = \frac{\alpha l}{\lambda} = Nu = idem \text{ (критерий Нуссельта)} \end{array} \right\} \quad (63)$$

Таким образом, при тепловом подобии двух или нескольких систем для любых сходственных точек критерии подобия Fo , Pe и Nu имеют одни и те же значения.

Заметим, что отношение критерия Pe к критерию Re дает новый критерий — Прандтля Pr

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{w l}{a} : \frac{w l}{\nu} = \frac{\nu}{a}, \quad (64)$$

составленный только из физических параметров, который характеризует физические свойства рабочей жидкости.

В таблицах часто кинематическая вязкость ν дается в $\frac{м^2}{сек}$, а температуропроводность a в $\frac{м^2}{ч}$; в таких случаях $Pr = 3600 \frac{\nu}{a}$.

Для газов величина Pr не зависит от температуры и давления, но изменяется в зависимости от атомности газа. Для одноатомных газов $Pr = 0,67$; двухатомных $Pr = 0,72$; трехатомных $Pr = 0,8$; четырехатомных и выше $Pr = 1$.

Согласно второй теореме теории подобия интеграл системы уравнений теплопроводности и теплообмена может быть представлен критериальным уравнением

$$f(Fo, Pe, Nu) = 0 \quad (65)$$

или, так как при экспериментальном изучении теплообмена искомой величиной является коэффициент теплоотдачи α , входящий в критерий $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$, то критериальное уравнение конвективного теплообмена представляют в виде зависимости

$$Nu = f(Pe, Fo) = f(Fo, Re, Pr). \quad (66)$$

Но так как подобие процессов конвективного теплообмена обуславливается механическим и тепловым подобием систем, то в критериальное уравнение должны быть введены критерии подобия Re и Gr :

$$Nu = f(Fo, Pe, Re, Gr) \quad (67)$$

или

$$Nu = f(Fo, Re, Gr, Pr) \quad (68)$$

Экспериментальное определение функции от четырех переменных чрезвычайно трудно, но это не является необходимым, так как число критериев ограничивается условиями задачи и уравнение (68) может быть упрощено.

1. При стационарном процессе критерий Фурье, как содержащий время, выпадает

$$Fo = \frac{\alpha \tau}{l^2}.$$

2. При вынужденном турбулентном движении жидкости можно пренебречь свободной конвекцией, вследствие чего выпадает критерий Грасгофа

$$Gr = \beta \frac{g l^3}{\nu^2} \cdot \Delta t.$$

Поэтому для стационарного вынужденного турбулентного движения критериальное уравнение принимает вид

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (69)$$

3. При свободной конвекции выпадает критерий Re и тогда

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad (70)$$

4. Для газов одинаковой атомности, для которых Pr одинаков и постоянен, уравнения (69) и (70) принимают вид

$$Nu = f(Re) \quad (71)$$

$$Nu = f(Gr) \quad (72)$$

§ 14. МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ТЕПЛООБМЕНА В КРИТЕРИАЛЬНОМ ВИДЕ

Практически зависимости между критериями подобия разыскиваются в виде степенных функций

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^n, \quad (73)$$

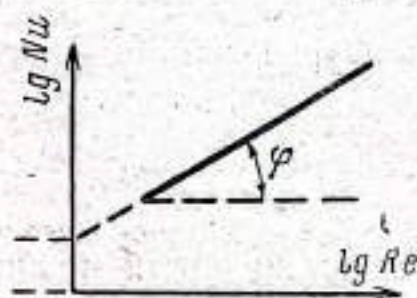
где C , m и n — постоянные безразмерные величины, определяемые экспериментально.

В качестве примера рассмотрим, как находится такая зависимость для простейшего случая

$$Nu = CRe^m. \quad (74)$$

Для определения величин C и m , т. е. для установления вида функции $Nu = C \cdot Re^m$, опытным путем находят зависимость Nu от Re и результаты измерений наносят на логарифмическую сетку, откладывая по оси ординат $\lg Nu$, а по оси абсцисс $\lg Re$ (фиг. 12).

Если все точки укладываются на одну прямую, то принятая степенная зависимость подтверждается, и из полученной прямой определяются числовые значения величин C и m : тангенс угла наклона этой прямой равен величине m , а постоянная C определяется из соотношения



$$C = \frac{Nu}{Re^m}, \quad (75)$$

Рис. 12. Графический метод определения постоянных C и m

которому удовлетворяет любая точка прямой.

Если опытные точки располагаются по кривой, то ее заменяют близкой к ней ломаной линией и для отдельных участков ломаной линии находят соответствующие значения C и m .

Если зависимость более сложная (73), то получают семейство кривых, для каждой из которых в качестве параметра берется второй критерий.

После установления принципов теории подобия и методов составления критериальных уравнений для отдельных частных слу-

чаев теплообмена, а также правил опытного нахождения вида этих уравнений перейдем к рассмотрению эмпирических расчетных формул теплообмена.

§ 15. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

Теплоотдача нагретого тела в подвижной среде, например в воздухе, находящемся в спокойном состоянии, представляется в следующем виде. Соприкасающиеся с нагретым телом частицы воздуха нагреваются, плотность их уменьшается, и вследствие этого они поднимаются вверх. На их место поступают свежие, холодные частицы воздуха, которые в свою очередь нагреваются и поднимаются вверх. Таким образом возникает свободная конвекция воздуха, сопровождающаяся интенсивным теплообменом между нагретым телом и окружающей жидкостью или газом.

В зависимости от интенсивности теплообмена при свободном движении жидкости (или газа) различают три режима (вида) движения — ламинарный, локонообразный и вихревой (фиг. 13). Ламинарный режим наблюдается при малом температурном напоре ($\Delta t = t_{ст} - t_{ж} < 15^\circ$), при большом напоре ($\Delta t > 15^\circ$) преобладает вихревой. Однако в нижней части поверхности на протяжении 200—300 мм сохраняется ламинарный режим и при больших температурных напорах. Поэтому в развитии процесса свободного движения и теплообмена главное значение имеют размеры тела, форма же тела играет второстепенную роль. Большое значение имеет также расположение нагретого тела — горизонтальное или вертикальное.

Процесс теплообмена при свободном движении жидкости (и газов) имеет широкое распространение в быту и технике, и ему посвящено большое количество теоретических и экспериментальных исследований.

В литературе имеется большое количество опытных данных, полученных с газами (воздух, водород, углекислота) и жидкостями (вода, глицерин, различные масла и др.). При этом исследовались теплоотдача самых разнообразных поверхностей: горизонтальные и вертикальные проволоки и трубы диаметром от 0,15 до 245 мм; шары диаметром от 30 мм до 16 м; плиты высотой от 0,25 до 6 м. Опыты с газами производились при различных давлениях от 0,03 до 70 ат.



Рис. 13. Характер свободного движения воздуха вдоль нагретой вертикальной стенки

Все эти данные были обработаны, обобщены и сопоставлены академиком М. А. Михеевым [Л. 1] и результаты представлены на фиг. 14, где по оси абсцисс нанесены значения $\lg(Gr \cdot Pr)$, а по оси ординат $\lg(Nu)$.

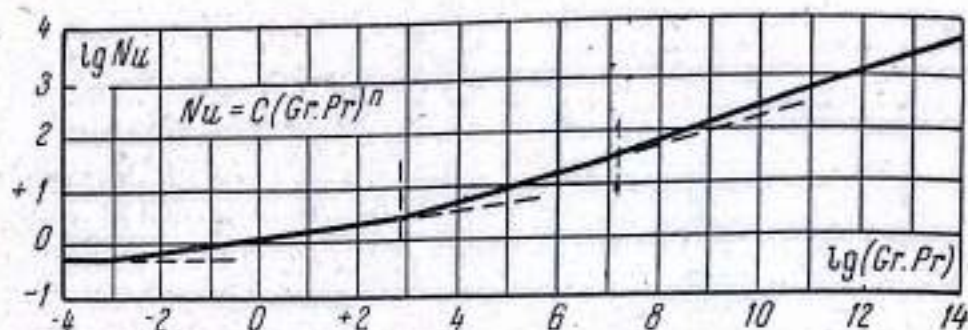


Рис. 14. Теплоотдача при свободном движении жидкости

При вычислении критериев подобия (Gr , Pr и Nu) за определяющий размер для труб и шаров принят диаметр d , а для плит высота h . В качестве определяющей температуры принята средняя температура пограничного слоя $t_{cp} = 0,5 (t_{ст} + t_{ж})$, где $t_{ст}$ — температура нагретой стенки, $t_{ж}$ — температура жидкости на большом расстоянии от нагретого тела.

Оказалось, что данные всех опытов хорошо укладываются на одну общую кривую, которую можно разбить на три прямолинейных участка. Это значит, что зависимость между критериями может быть представлена степенной зависимостью

$$Nu = C(Gr \cdot Pr)^n. \quad (76)$$

Значения постоянных C и n в этом уравнении для различных участков приведены в табл. 2.

Таблица 2

№№ участков	$GrPr$	Режим	C	n
1	$< 10^{-3}$		0,5	0
2	$10^{-3} - 5 \cdot 10^6$	Ламинарный	1,18	$\frac{1}{4}$
3	$5 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^7$	Локонообразный	0,54	$\frac{1}{4}$
4	$2 \cdot 10^7 - 10^{13}$	Вихревой	0,135	$\frac{1}{3}$

Как показали наблюдения, трем участкам кривой соответствуют указанные выше три режима движения: ламинарный, локонообразный и вихревой.

При $(Gr \cdot Pr) < 10^{-3}$ $Nu = 0,5$ остается постоянным, откуда $\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{d} = 0,5 \frac{\lambda}{d}$, т. е. теплоотдача полностью определяется теплопроводностью среды.

Таким образом, расчетные формулы для трех участков для любых жидкостей и газов и для тел любой формы и любого размера имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} Nu &= 1,18 (Gr \cdot Pr)^{1/4} \quad \text{или} \quad \frac{\alpha d}{\lambda} = 1,18 \left(\beta \frac{g l^3}{\nu^2} \Delta t \cdot \frac{\nu}{a} \right)^{1/4} \\ Nu &= 0,54 (Gr \cdot Pr)^{1/4} \quad \text{или} \quad \frac{\alpha d}{\lambda} = 0,54 \left(\beta \frac{g l^3}{\nu^2} \Delta t \cdot \frac{\nu}{a} \right)^{1/4} \\ Nu &= 0,135 (Gr \cdot Pr)^{1/2} \quad \text{или} \quad \frac{\alpha d}{\lambda} = 0,135 \left(\beta \frac{g l^3}{\nu^2} \Delta t \cdot \frac{\nu}{a} \right)^{1/2} \end{aligned} \right\} (77)$$

Пример 5. Определить теплоотдачу конвекцией алюминиевого радиатора, имеющего форму шара диаметром $d = 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м}$, если температура его поверхности $t_{cm} = 170^\circ\text{C}$, а температура воздуха $t_{возд} = 30^\circ\text{C}$.

Решение.

1. Находим значение определяющей температуры

$$t_{cp} = 0,5(t_{cm} + t_{возд}) = 0,5(170 + 30) = 100^\circ\text{C}$$

2. Значения физических параметров воздуха при этой температуре (табл. 5)

$$\lambda = 0,0263 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}; \nu = 2 \cdot 37 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}; Pr = 0,72.$$

3. Значение критерия Грасгофа

$$Gr = \beta \frac{g l^3}{\nu^2} \Delta t = \frac{1}{373} \frac{9,81 \cdot (0,1)^3}{(2,37 \cdot 10^{-5})^2} (170 - 30) = 6,58 \cdot 10^6.$$

$$Gr \cdot Pr = 6,58 \cdot 10^6 \cdot 0,72 = 4,74 \cdot 10^6$$

Согласно таблице 2 $C = 0,54$, $n = 1/4$.

4. Находим значение критерия Нуссельта

$$Nu = 0,54 (Gr \cdot Pr)^{1/4} = 0,54 (4,74 \cdot 10^6)^{1/4} = 25,2.$$

5. Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Nu \frac{\lambda}{d} = 25,2 \frac{0,0263}{0,1} = 6,63 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}}$$

или (см. стр. 6)

$$\alpha = 6,63 \cdot 1,163 \cdot 10^{-4} = 7,7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}.$$

б. Теплоотдача радиатора

$$Q = \alpha \cdot F \cdot \Delta t = 7,7 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \pi 5^2 \cdot (170 - 30) \cong 34 \text{ вт.}$$

§ 16. ТЕПЛОТДАЧА В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

При естественной конвекции в малом ограниченном и замкнутом пространстве условия движения и теплообмена сильно усложняются возникновением восходящих и нисходящих потоков, взаимодействие которых трудно поддается учету.

Поэтому для облегчения расчета весь сложный процесс теплообмена обычно рассматривают как простое явление передачи тепла путем теплопроводности, вводя при этом понятие эквивалентного коэффициента теплопроводности $\lambda_{\text{экв}}$, значение которого находится из опыта.

Отношение эквивалентного коэффициента теплопроводности $\lambda_{\text{экв}}$ к нормальному коэффициенту теплопроводности вещества прослойки λ

$$\epsilon_k = \frac{\lambda_{\text{экв}}}{\lambda} \quad (78)$$

называется коэффициентом конвекции.

Безразмерная величина ϵ_k является функцией критериев, определяющих конвективный теплообмен в свободном потоке

$$\epsilon_k = f(Gr \cdot Pr).$$

На фиг. 15 приведены результаты обработки имеющихся опытных данных по конвективному теплообмену в различных прослойках.

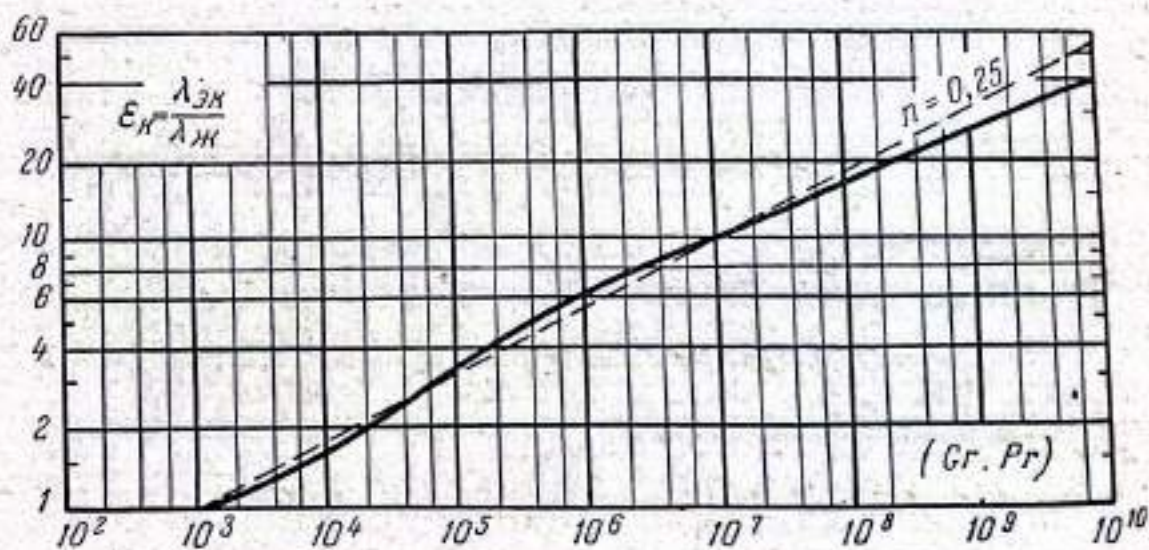


Рис. 15. Зависимость $\epsilon_k = f(Gr \cdot Pr)$ при естественной циркуляции жидкости в замкнутом пространстве

При малых значениях $(Gr \cdot Pr) < 1000$ значение $\epsilon_k = 1$, т. е. конвекция практически отсутствует.

При значениях $10^3 < (Gr \cdot Pr) < 10^6$

$$\epsilon_k = 0,105(Gr \cdot Pr)^{0,3} \quad (79)$$

При значениях $10^6 < (Gr \cdot Pr) < 10^{10}$

$$\epsilon_k = 0,4(Gr \cdot Pr)^{0,2} \quad (80)$$

Пример 6. Определить $\lambda_{экв}$ масляной прослойки толщиной $\delta = 25$ мм, в защитном безопасном кожухе, если температура поверхности радиатора трубки $t_{рад} = 150^\circ\text{C}$, а температура поверхности кожуха $t_k = 50^\circ\text{C}$.

Решение.

1. Находим значение определяющей температуры

$$t_{ср} = 0,5(t_p + t_k) = 0,5(150 + 50) = 100^\circ\text{C};$$

2. Значения физических параметров масла при этой температуре (табл. 5)

$$\lambda = 0,0893 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}; \nu = 0,0256 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}; Pr = 43,9; \beta = 7,3 \cdot 10^{-4}.$$

3. Значение критерия Грасгофа

$$Gr = \beta \frac{g \delta^3}{\nu^2} \Delta t = 7,3 \cdot 10^{-4} \frac{9,81 \cdot (0,025)^3}{(0,0256 \cdot 10^{-4})^2} (150 - 50) = 17,3 \cdot 10^5$$

$$Gr \cdot Pr = 17,3 \cdot 10^5 \cdot 43,9 = 7,53 \cdot 10^6$$

4. Находим коэффициент конвекции

$$\epsilon_k = 0,4(Gr \cdot Pr)^{0,2} = 0,4(7,53 \cdot 10^6)^{0,2} = 9,52.$$

5. Эквивалентный коэффициент теплопроводности

$$\lambda_{экв} = \epsilon_k \lambda = 9,52 \cdot 0,0893 = 0,85 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}$$

или (см. стр. 6)

$$\lambda_{экв} = 0,85 \cdot 1,163 \cdot 10^{-2} \cong 1,0 \cdot 10^{-2} \frac{\text{вт}}{\text{см } ^\circ\text{C}}$$

§ 17. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ЛАМИНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБКАХ И КАНАЛАХ

При ламинарном течении жидкости переход тепла в радиальном направлении осуществляется путем теплопроводности. Однако при

теплообмене всегда появляется и свободная конвекция, вызванная различием плотностей нагретых и холодных частиц жидкости, вследствие чего возникает турбулизация потока и перенос тепла увеличивается. Поэтому теплоотдача в общем случае должна определяться как вынужденным, так и свободным движением жидкости. Очевидно также, что теплоотдача непосредственно у входа в трубу имеет наибольшее значение, а затем резко убывает, достигая при $t \geq 50 d$ некоторого определенного значения, которое далее остается постоянным.

Из изложенного следует, что коэффициент теплоотдачи ($Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$) должен зависеть как от Re , так и от $(Gr \cdot Pr)$.

Для расчета теплоотдачи при ламинарном движении жидкости имеется много разных формул.

В книге Мак-Адамса рекомендуется формула [Л. 7]

$$Nu = 1,86 (Re \cdot Pr)^{1/4}. \quad (81)$$

Академик М. А. Михеев рекомендует следующую формулу [Л. 1]

$$Nu = 0,74 (Re \cdot Pr)^{0,2} (Gr \cdot Pr)^{0,1}. \quad (82)$$

Эти формулы дают среднее по длине значение коэффициента теплоотдачи при $\frac{t}{d} > 50$; они применимы для любой жидкости. В качестве определяющей температуры принята средняя температура в пограничном слое $t_{cp} = 0,5(t_{cm} + t_{жс})$, в качестве определяющего размера — диаметр трубы d .

При других формах сечения трубы в качестве определяющего размера следует брать значение эквивалентного диаметра

$$d_{экв} = \frac{4S}{L}, \quad (83)$$

где S — площадь, L — периметр сечения трубы. Например, для прямоугольного сечения трубы со сторонами a и b (фиг. 16):

$$d_{экв} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b};$$

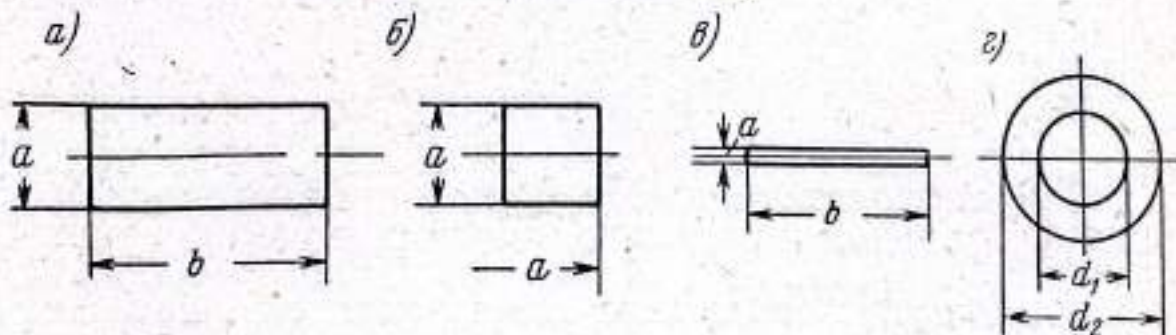


Рис. 16. Различные формы сечения труб

для квадратного сечения

$$d_{\text{экс}} = \frac{4a^2}{4a} = a;$$

для узкой щели ($b \gg a$)

$$d_{\text{экс}} = \frac{2a}{1 + a/b} \cong 2a;$$

для кольцевой щели с наружным диаметром d_2 и внутренним d_1

$$d_{\text{экс}} = \frac{4\pi(r_2^2 - r_1^2)}{2\pi(r_1 + r_2)} = 2(r_2 - r_1) = 2\delta,$$

где δ — толщина щели.

В случае коротких труб ($\frac{l}{d} < 50$), полученные по формуле (81) или (82) значения α надо умножить на поправочный множитель ϵ_l .

Таблица 3

ЗНАЧЕНИЯ ϵ_l ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ϵ_l	1,9	1,7	1,4	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

§ 18. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

При вынужденном турбулентном движении, характеризуемом интенсивным перемешиванием частиц жидкости, развитие свободного движения невозможно. Поэтому теплообмен полностью определяется режимом течения и свойствами жидкости и критериальное уравнение теплообмена имеет следующий вид:

$$Nu = f(Re \cdot Pr)$$

На основании обработки результатов многочисленных исследований теплоотдачи при стабилизированном турбулентном потоке жидкости в трубах и каналах рекомендуется формула

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \quad (84)$$

или

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,023 \left(\frac{wd}{\nu} \right)^{0,8} \left(\frac{\nu}{a} \right)^{0,4} \quad (84')$$

Здесь ω в $\left(\frac{\text{м}}{\text{сек}}\right)$; d в (м); λ в $\left(\frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}\right)$; ν в $\left(\frac{\text{м}^2}{\text{сек}}\right)$; a в $\left(\frac{\text{м}^2}{\text{сек}}\right)$. Так как в справочных таблицах a дается в $\left(\frac{\text{м}^2}{\text{ч}}\right)$, то критерий Прандля следует записать так: $Pr = \left(3600 \frac{\nu}{a}\right)$.

Формула (84) применима к трубам любой формы поперечного сечения: круглого, квадратного, прямоугольного, треугольного, кольцевого $\left(\frac{d_2}{d_1} = 1 \div 5,6\right)$, щелевого $(a/b = 1 : 40)$, для различных жидкостей и газов при $l/d > 50$, $Re > 10^4$ и $Pr = 0,6 \div 2500$ и при температуре стенки ниже температуры кипения жидкости.

Физические параметры жидкости в этой формуле берутся для средней температуры по длине трубы $t_{cp} = 0,5 (t_{вх} + t_{вых})$. За определяющий размер принят диаметр трубы или эквивалентный диаметр канала $\left(d_{экив} = \frac{4S}{L}\right)$.

а. Влияние длины трубы. При турбулентном так же, как и при ламинарном режиме течения жидкости теплоотдача в коротких трубах происходит более интенсивно, чем в длинных. Поэтому при длине трубы $l < 50 d$ значение a , полученное из формулы (84), нужно умножить на коэффициент ε_l .

Таблица 4

ЗНАЧЕНИЯ ε_l ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

$Re \backslash l/d$	1	2	5	10	15	20	30	40	50
10^4	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
10^5	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
10^6	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

б. Влияние формы сечения. При движении жидкости в канале кольцевого сечения формула (84) справедлива только для случая теплообмена с внешней (большей) поверхностью. Для случая теплообмена с внутренней поверхностью расчетная формула принимает вид

$$Nu = 0,023 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{0,45} Re^{0,8} Pr^{0,4}, \quad (85)$$

где d_1 и d_2 — внутренний и наружный диаметры кольцевого зазора.

в. Влияние изгиба трубы. При течении жидкости в изогнутых трубах (фиг. 17) возникает центробежный эффект, турбулентность потока увеличивается и коэффициент теплоотдачи сильно возрастает. Увеличение теплоотдачи в изогнутых трубах учитывается поправочным множителем, который определяется для змеевиковых труб следующей формулой:

$$\epsilon_{изг} = 1 + 1,77 \frac{d}{R}, \quad (86)$$

где R — радиус змеевика и d — диаметр трубы, измеренные в одинаковых единицах.

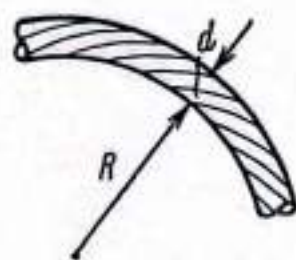


Рис. 17. Схема движения жидкости в изогнутых трубах

§ 19. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

Как уже отмечалось, ламинарный режим переходит в турбулентный при $Re > 2200$. Однако полное развитие турбулентного движения наступает лишь при $Re > 10^4$. Поэтому полученные выше расчетные формулы для ламинарного (82) и турбулентного (84) режимов неприменимы к области значений $Re = 2200 \div 10000$. В этой переходной области значения критерия Nu следует брать непосредственно из графика (фиг. 18), построенного для ламинарного режима в виде зависимости $Nu \cdot Pr^{-0,2} = f(Re)$ в предположении, что $Gr \cdot Pr = 1$, и для турбулентного режима в виде $Nu \cdot Pr^{-0,4} = f(Re)$.

§ 20. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ОХЛАЖДЕНИЯ АНОДОВ РЕНТГЕНОВСКИХ ТРУБОК ПРОТОЧНОЙ ЖИДКОСТЬЮ

В современных мощных рентгеновских трубках, работающих при длительных нагрузках, достигающих трех и больше киловатт, а также в трубках с полым анодом даже наиболее эффективный метод охлаждения — проточной жидкостью — может оказаться достаточным только при правильном выборе конструкции и размеров охлаждающей системы и количества протекающей жидкости в единицу времени. Поэтому при конструировании мощных трубок одной из наиболее важных проблем является проблема охлаждения анода.

Система охлаждения анода проточной жидкостью, обычно применяющаяся в рентгеновских трубках (фиг. 19), весьма своеобразна и до сего времени теплоотдача аналогичных систем не исследовалась. Своеобразие же движения жидкости в аноде (резкий поворот на 180°) не позволяет использовать известные расчетные формулы, полученные для длинных прямых труб (84) и (82).

Поэтому в Рентгенотехнической лаборатории ЛЭТИ была проведена большая работа по исследованию теплоотдачи охлаждаемой

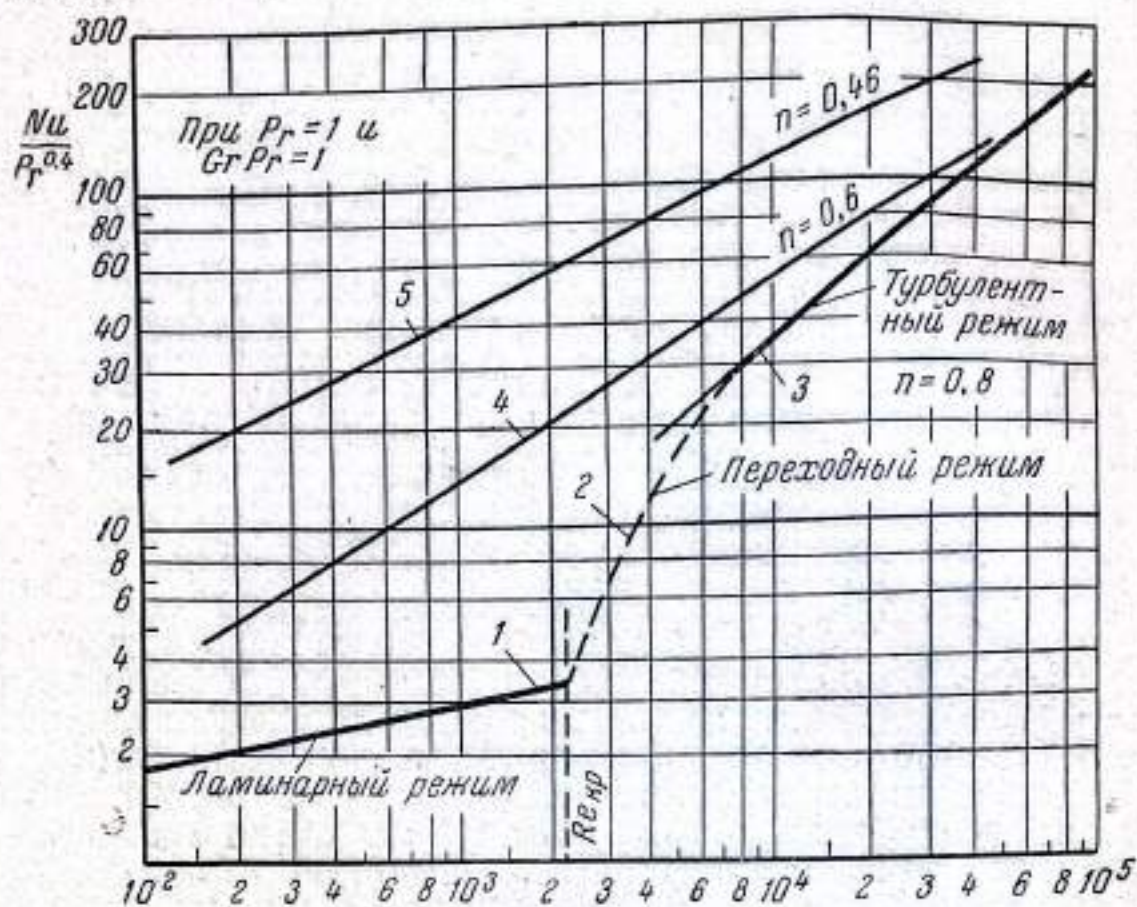


Рис. 18. Теплоотдача при ламинарном — 1, переходном — 2 и турбулентном — 3 режимах движения жидкости в прямых длинных трубах, а также для короткого кольцевого канала — 4 и для торцевой поверхности — 5

поверхности анода [Л. 9]. При этом в соответствии с характером движения жидкости охлаждаемая поверхность разбивалась на две

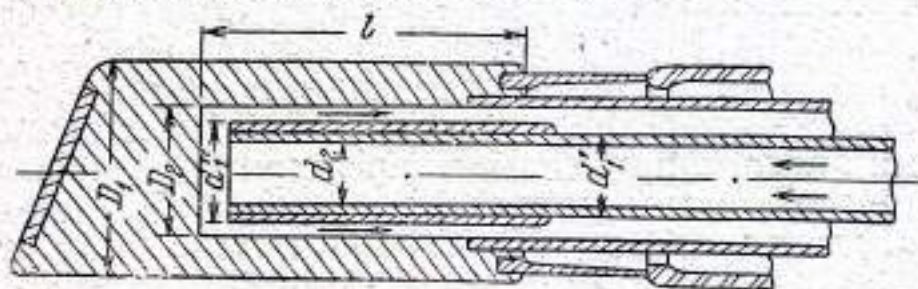


Рис. 19. Эскиз анода трубки

части и исследовалась теплоотдача торцевой поверхности (дна канала анода), омываемой жидкостью с перпендикулярным к ней направлением движения (фиг. 19) и боковой поверхности, представляющей собою короткую прямую трубку.

На фиг. 20 изображена установка, предложенная автором и использованная в работе [Л. 9], для измерения теплоотдачи торцевой поверхности, омываемой потоком жидкости, направленным под углом 90° к ней. Медная болванка 1 диаметром 40 мм и длиной 250 мм нагревалась электрической печью, изготовленной из нихромовой проволоки диаметром 0,8 мм и изолированной от медной болванки слюдой толщиной 0,2—0,4 мм.

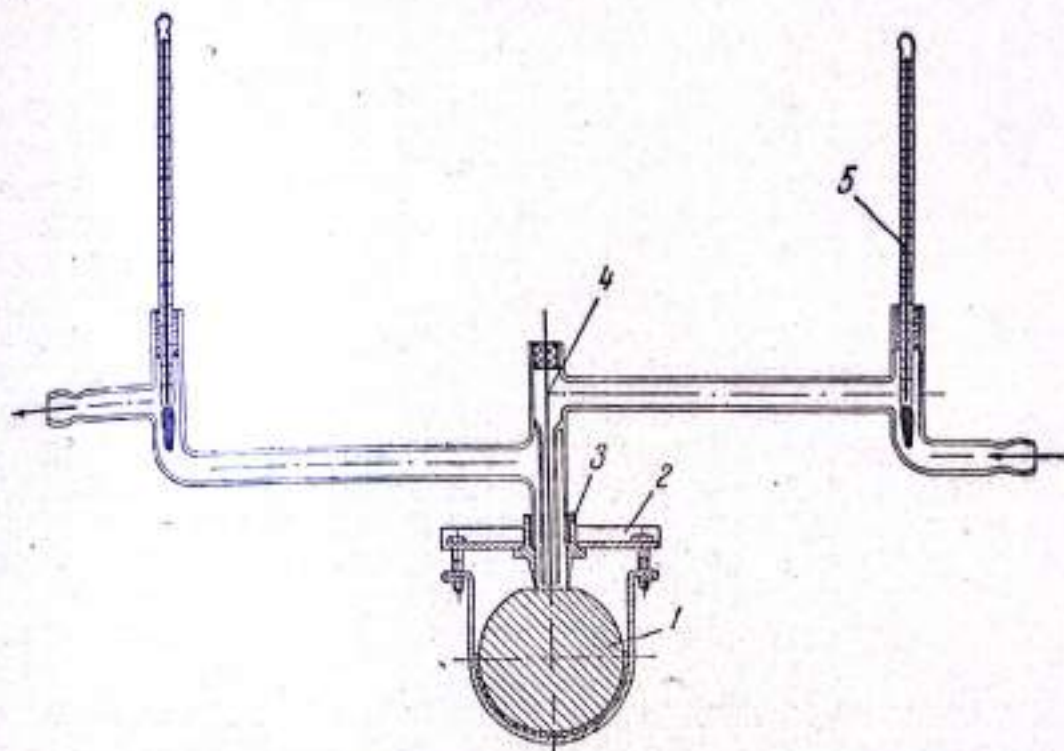


Рис. 20. Установка для измерения теплоотдачи торцевой поверхности полости анода

В средней части болванки имеется площадка, от которой отводится тепло. Для отвода тепла применялось охлаждающее устройство, показанное на фиг. 20, главной частью которого является стальная втулка 3, один конец которой заточен «на-жало», прижатая к плоской поверхности медной болванки при помощи хомутика 2. Такая форма стальной втулки обеспечивает водонепроницаемость ее соединения с охлажденной поверхностью меди и сводит к минимуму теплоотвод от меди через втулку.

В стальную втулку вмазана сложная стеклянная система, позволяющая направлять поток жидкости на охлаждаемую поверхность под углом в 90° .

Термометры 5 с ценою делений $0,1^\circ\text{C}$ служат для измерения температур входящей и выходящей жидкости; они установлены в специальных «гнездах», обеспечивающих полное «затопление» ртутных баллончиков термометров протекающей жидкостью.

Измерение температуры теплоотводящей поверхности производится термопарой медь — константом, образованной константановой проволокой 4 диаметром 0,3 мм и медной болванкой. Константановый провод выведен через резиновую пробку, медный провод присоединен к медной болванке.

Количество протекающей жидкости определялось непосредственным измерением в литрах в минуту.

Для исследования теплоотдачи внутренней боковой поверхности полости анода была применена такая же моделирующая установка, но с небольшими изменениями. На площади средней части медной болванки был высверлен канал глубиной равной 3—4 диаметрам, в который вводился удлиненный конец центральной стеклянной трубки охладителя. Кроме того к боковой поверхности канала была прикреплена вторая термопара. Крепление стальной втулки и методика исследования оставались такими же. При этом теплоотдача торцевой поверхности (дна канала) учитывалась по ранее полученным данным. Так, если коэффициент теплоотдачи и площадь торцевой поверхности обозначить соответственно через α_1 и F_1 , а через α_2 и F_2 коэффициент теплоотдачи и площадь боковой поверхности канала, то измеряя количество отведенной теплоты $Q = G \cdot c(t_{вых} - t_{вх})$, где G — количество протекающей жидкости в единицу времени, а c — ее теплоемкость, то можно написать уравнение $Q = \alpha_1 F_1 \Delta t_1 + \alpha_2 F_2 \Delta t_2$, откуда

$$\alpha_2 = \frac{Q - \alpha_1 \cdot F_1 \cdot \Delta t_1}{F_2 \cdot \Delta t_2}.$$

Результаты измерений обрабатывались в виде критериальных уравнений вида: $Nu = C Pr^{0.4} \cdot Re^m$ и представлены на фиг. 18, из которой были получены следующие формулы для вычисления коэффициентов теплоотдачи:

1) торцевой поверхности

$$\alpha_1 = 1,68 Re^{0.46} Pr^{0.4} \frac{\lambda}{d} = 1,68 \left(\frac{wd}{v}\right)^{0.46} \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^{0.4} \cdot \frac{\lambda}{d}, \quad (87)$$

2) боковой поверхности

$$\alpha_2 = 0,22 Re^{0.6} Pr^{0.4} \frac{\lambda}{d} = 0,22 \left(\frac{wd}{v}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^{0.4} \frac{\lambda}{d}. \quad (88)$$

Эти формулы были проверены для значений числа Re от 100 до 30000 и применимы при температуре торца охлаждаемой поверхности не выше 110°C для воды и 220°C для трансформаторного масла, при скорости движения жидкости не меньше 1 м/сек.

Значения Pr , v и λ берутся для средней температуры жидкости, т. е. для $t_{cp} = 0,5(t_{вх} + t_{вых})$, пользуясь таблицами или графиками, помещенными в специальных руководствах [Л. 1].

В табл. 5 приводятся некоторые физические параметры воды, трансформаторного масла и воздуха.

Таблица 5

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ОХЛАЖДАЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ

Температура, °C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
Вода	$\lambda, \frac{\text{ккал}}{\text{м ч град}}$	0,474	0,494	0,515	0,531	0,545	0,557	0,567	0,574	0,580	0,585	0,587
	$10^{10} \nu, \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}$	1,79	1,30	1,00	0,805	0,659	0,556	0,479	0,415	0,366	0,326	0,295
	Pr	13,7	9,56	7,06	5,5	4,3	3,56	3,00	2,56	2,23	1,95	1,75
	$Pr^{0,4}$	2,85	2,47	2,19	1,98	1,794	1,664	1,554	1,457	1,378	1,307	1,25
	$10^4 \cdot \beta, \frac{1}{\text{°C}}$	-0,63	+0,7	1,82	3,21	3,87	4,49	5,11	5,70	6,32	6,95	7,52
Трансформаторное масло по данным МЭИ	$10^3 \lambda, \frac{\text{ккал}}{\text{м ч град}}$	9,66	9,59	9,51	9,44	9,37	9,30	9,22	9,15	9,08	9,00	8,93
	$10^4 \nu, \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}$	0,705	0,379	0,225	0,147	0,103	0,0758	0,0578	0,0414	0,0366	0,0308	0,0256
	Pr	866	484	298	202	146	111	87,8	71,3	59,3	50,5	43,9
	$Pr^{0,4}$	14,9	11,9	9,75	8,36	7,32	6,6	5,95	5,52	5,12	4,8	4,54
	$10^4 \cdot \beta, \frac{1}{\text{°C}}$	6,80	6,85	6,90	6,95	7,00	7,05	7,10	7,15	7,20	7,25	7,30
Воздух	$10^3 \lambda, \frac{\text{ккал}}{\text{м ч град}}$	2,04	2,11	2,17	2,22	2,28	2,34	2,41	2,46	2,52	2,58	2,64
	$10^{10} \nu, \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}$	13,7	14,7	15,7	16,61	17,60	18,60	19,60	20,65	21,70	22,90	23,78

$$\beta = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{\text{°K}}; \quad Pr = 0,722 = \text{const}; \quad Pr^{0,4} = 0,88$$

Пользуясь приведенными формулами и табл. 5, можно легко вычислить коэффициенты теплоотдачи торцевой α_1 и боковой α_2 охлаждаемых поверхностей анода.

Количество тепла Q_1 , передаваемого в единицу времени от торцевой поверхности анода к жидкости в ккал/ч, определяется по формуле Ньютона

$$Q_1 = \alpha_1 F_1 (t_{cm} - t_{ж}), \quad (89)$$

где

α_1 — коэффициент теплоотдачи торцевой поверхности, ккал/м²ч град;

F_1 — площадь торцевой поверхности, м²;

t_{cm} — температура стенки торца, °С;

$t_{ж}$ — средняя температура охлаждающей жидкости, °С.

Для вычисления количества тепла Q_2 , отдаваемого внутренней боковой поверхностью анода к жидкости, формула Ньютона неприменима, так как температура по длине канала анода не остается постоянной. В этом случае анод следует рассматривать как полый цилиндр, с внутренней поверхности которого происходит теплоотдача (см. § 7).

Пренебрегая теплоотдачей внешней его поверхности, можно воспользоваться формулой (19), служащей для вычисления тепла, отдаваемого боковой поверхностью канала анода охлаждающей жидкости, заменив ϑ_0 через $(t_{cm} - t_{ж})$

$$Q_2 = (t_{cm} - t_{ж}) \lambda_2 F_2 m \text{ th } ml, \quad (89)$$

где

λ_2 — коэффициент теплопроводности материала анода (для меди $\lambda_2 = 330$ ккал/м ч град);

F_2 — площадь поперечного сечения металла трубчатой части анода, м²;

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_2 L}{\lambda_2 F_2}};$$

α_2 — коэффициент теплоотдачи внутренней боковой поверхности анода ккал/м²ч град;

L — внутренний периметр сечения канала анода, м.

Полное количество тепла, отдаваемого охлаждающей жидкости

$$Q = Q_1 + Q_2 = (t_{cm} - t_{ж}) (\alpha_1 F_1 + \lambda_2 F_2 m \text{ th } ml), \text{ ккал/ч} \quad (90)$$

или

$$P = \frac{t_{cm} - t_{ж}}{0,86} [\alpha_1 F_1 + \lambda_2 F_2 m \text{ th } ml], \text{ вт}, \quad (90')$$

где $0,860 = \frac{0,239 \cdot 3600}{1000}$ — тепловой эквивалент одного ватт-часа, ккал/вт ч.

Пример 7. Через полость анода рентгеновской трубки типа РДВ, эскиз и основные размеры которого даны на фиг. 19, протекает вода со скоростью $V = 4, 6$ и 8 литров в минуту. Определить допустимые нагрузки трубки, если средняя температура охлаждающей воды $t_{ж} = 20^\circ\text{C}$ и допустимая температура охлаждаемой поверхности (торца) $t_{ст} = 100^\circ\text{C}$; $D_1 = 30$ мм; $D_2 = 19$ мм; $d_2 = 10$ мм; $l = 50$ мм.

Расчет провести для двух вариантов, отличающихся друг от друга только наружным диаметром внутренней трубки: $d_1^I = 12$ мм и $d_1^{II} = 16$ мм.

Решение. Площадь торцевой поверхности охлаждаемого канала

$$F_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 19^2}{4} = 283 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения меди трубчатой части анода

$$F_2 = \pi \frac{D_1^2 - D_2^2}{4} = \pi \frac{30^2 - 19^2}{4} = 424 \text{ мм}^2.$$

Внутренний периметр сечения канала анода

$$L = \pi D_2 = \pi \cdot 19 = 59,6 \approx 60 \text{ мм}.$$

Площадь сечения отверстия внутренней трубки

$$S_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 79 \approx 80 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения кольцевого зазора в первом варианте

$$S_2^I = \pi \frac{D_2^2 - d_1^{I^2}}{4} = \pi \frac{19^2 - 12^2}{4} \approx 170 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения кольцевого зазора во втором варианте

$$S_2^{II} = \pi \frac{D_2^2 - d_1^{II^2}}{4} = \pi \frac{19^2 - 16^2}{4} \approx 80 \text{ мм}^2.$$

Эквивалентный диаметр зазора в первом варианте (см. § 17)

$$d_{1 экв}^I = 2\delta^I = D_2 - d_1^I = 19 - 12 = 7 \text{ мм}.$$

Эквивалентный диаметр зазора во втором варианте

$$d_{1 экв}^{II} = 2\delta^{II} = D_2 - d_1^{II} = 19 - 16 = 3 \text{ мм}.$$

Значения физических параметров воды при $t_{жс} = 20^\circ\text{C}$ (см. табл. 5):

$$\lambda = 0,515 \frac{\text{ккал}}{\text{м ч } ^\circ\text{C}}; \nu = 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}};$$

$$Pr = 7,04; Pr^{0,4} = 2,19.$$

Далее составляем расчетные формулы.
Скорость движения воды в канале сечением S [см²] при расходе воды V (л/мин.):

в подводящей трубке

$$w = \frac{V \cdot 1000}{60 \cdot S_1 \cdot 100} = \frac{V \cdot 1000}{60 \cdot 0,8 \cdot 100} = 0,21 V \text{ [м/сек]}$$

в кольцевом зазоре

$$w_1 = \frac{V \cdot 1000}{60 \cdot S_2^I \cdot 100} = \frac{V \cdot 1000}{60 \cdot 1,7 \cdot 100} = 0,098 V \text{ [м/сек]}$$

$$w_{II} = \frac{V \cdot 1000}{60 \cdot S_2^{II} \cdot 100} = \frac{V \cdot 1000}{60 \cdot 0,8 \cdot 100} = 0,21 V \text{ [м/сек]}$$

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{w \cdot 0,01}{10^{-6}} = 10^4 w;$$

$$Re^I = \frac{w_1 d_{зкс}^I}{\nu} = \frac{w_1 \cdot 0,007}{10^{-6}} = 0,7 \cdot 10^4 \cdot w_1;$$

$$Re^{II} = \frac{w_{II} d_{зкс}^{II}}{\nu} = \frac{w_{II} \cdot 0,003}{10^{-6}} = 0,3 \cdot 10^4 w_{II}.$$

$$\alpha_1 = 1,68 Re^{0,46} Pr^{0,4} \cdot \frac{\lambda}{d} = 1,68 \cdot 2,19 \frac{0,515}{0,010} Re^{0,46} = 190 Re^{0,46} \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}} \right]$$

$$\alpha_2^I = 0,22 Re_1^{0,6} Pr^{0,4} \cdot \frac{\lambda}{d} = 0,22 \cdot 2,19 \frac{0,515}{0,007} Re_1^{0,6} = 35,4 Re_1^{0,6} \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}} \right]$$

$$\alpha_2^{II} = 0,22 Re_{II}^{0,6} Pr^{0,4} \cdot \frac{\lambda}{d} = 0,22 \cdot 2,19 \frac{0,515}{0,003} Re_{II}^{0,6} = 82,7 Re_{II}^{0,6} \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч } ^\circ\text{C}} \right]$$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_2 L}{\lambda_2 F_2}} = \sqrt{\frac{60 \cdot 10^{-8}}{330 \cdot 424 \cdot 10^{-6}}} \sqrt{\alpha_2} = 0,653 \sqrt{\alpha_2}$$

$$P = \frac{t_{см} - t_{жс}}{0,86} [\alpha_1 F_1 + \lambda_2 F_2 m t h m l] = \frac{100 - 20}{0,86} [283 \cdot 10^{-6} \alpha_1 + 330 \cdot 424 \cdot 10^{-6} m t h m l] = 93 [283 \cdot 10^{-6} \alpha_1 + 0,14 m t h m l].$$

Результаты расчета приведены в табл. 6.

Таблица 6

V [$\mu/\text{мин}$]	4	6	8	$m_I = 0,653 \sqrt{a^I}$	41,8	47	51,4
$w = 0,21 V$ [$\mu/\text{сек}$]	0,84	1,26	1,68	$m_{II} = 0,653 \sqrt{a_{II}}$	62,2	70	76,5
$w_I = 0,098 V$ [$\mu/\text{сек}$]	0,39	0,59	0,78	th $m_I l = \text{th } 0,05 m_I$	0,970	0,982	0,988
$w_{II} = 0,21 V$ [$\mu/\text{сек}$]	0,84	1,26	1,68	th $m_I l = \text{th } 0,05 m_{II}$	0,996	0,998	0,9987
$Re = 10^4 \cdot w$	8400	12600	16800	$a = 283 \cdot 10^{-6} a_I$	3,54	4,18	4,72
$Re^{0,46}$	64	78	88	$b_I = 0,14 m_I \text{ th } m_I l$	5,68	6,45	7,1
$Re_I = 0,7 \cdot 10^4 \cdot w_I$	2730	4160	5460	$b_{II} = 0,14 m_{II} \text{ th } m_{II} l$	8,66	9,78	10,70
$Re_I^{0,6}$	116	147	174	$A_I = a + b_I$	9,22	10,63	11,82
$Re_{II} = 0,3 \cdot 10^4 \cdot w_{II}$	2520	3780	5040	$A_{II} = a + b_{II}$	12,2	13,96	15,42
$Re_{II}^{0,6}$	110	140	166	$P_I = 93 A_I$ [σm]	857	985	1100
$\alpha_1 = 190 Re^{0,46} \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч град}} \right]$	12200	14800	16700	$P_{II} = 93 A_{II}$ [σm]	1135	1295	1435,0
$\alpha_2^I = 35,4 Re_I^{0,6} \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч град}} \right]$	4100	5200	6150	$P_{II} : P_I$	1,32	1,32	1,31
$\alpha_2^{II} = 82,7 Re_{II}^{0,6} \left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ ч град}} \right]$	9100	11580	13730				

Пример 8. Условия задачи остаются такие же, как и в предыдущем примере, но охлаждение анода производится трансформаторным маслом, средняя температура которого $t_{ж} = 40^{\circ}\text{C}$ и допустимая температура наиболее нагретой части охлаждаемой поверхности (торца) $t_{ст} = 220^{\circ}\text{C}$.

Определить допустимые нагрузки трубки при расходе масла $V = 4, 6, 8$ и 10 л/мин.

Решение. Геометрические размеры анода те же. Значения физических параметров трансформаторного масла при $t_{ж} = 40^{\circ}\text{C}$.

$$\lambda = 0,094 \text{ ккал/м ч град}; \nu = 10,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}; Pr = 146.$$

В результате расчета, приведенного аналогично предыдущему, допустимые нагрузки трубки равны (табл. 7).

Таблица 7

Расход масла, л/мин	4	6	8	10
Допустимая нагрузка P_1 , [вт]	475	570	660	740
Допустимая нагрузка P_{II} , [вт]	700	840	970	1685
Отношение $\frac{P_{II}}{P_1}$	1,47	1,47	1,47	1,47

Из приведенных расчетов видно, что небольшое изменение размеров охлаждающей системы (увеличение толщины стенки подводящей трубки, что приводит к уменьшению зазора и увеличению скорости движения жидкости в нем) повышает допустимую нагрузку трубки рассмотренной конструкции на 32% при охлаждении водой и на 47% при охлаждении трансформаторным маслом.

III. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 21. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Всякому телу свойственно тепловое излучение, если его температура выше абсолютного нуля (0°K). Если два тела находятся при различных температурах, то они лучеиспускают друг на друга. Причем горячее тело больше отдает, чем получает, а холодное, наоборот, больше получает, чем отдает. Если эти тела находятся при одинаковых температурах, то они также излучают и поглощают, но только для каждого из них приход лучистой энергии равен расходу и система находится в тепловом равновесии.

Количество тепла, излучаемого единицей поверхности за единицу времени, т. е. мощность излучения единицы поверхности, называется излучательной способностью и обозначается буквою E .

$$E = \frac{Q}{F \cdot \tau} \cdot \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч}}.$$

Излучение, встречая какое-либо тело, частично поглощается в нем, частично отражается и частично проходит сквозь него. Поглощение, отражение и проницаемость определяются родом и состоянием поверхности тела, его температурой, а также качеством (длиной волны) излучения.

Пусть на поверхность падает лучистая энергия Q_0 , тогда часть ее Q_ϵ поглотится, часть Q_ρ отразится и часть Q_π пройдет сквозь тело.

Очевидно,

$$Q_0 = Q_\epsilon + Q_\rho + Q_\pi, \quad (91)$$

или, деля это равенство на Q_0 , получаем

$$1 = \frac{Q_\epsilon}{Q_0} + \frac{Q_\rho}{Q_0} + \frac{Q_\pi}{Q_0}. \quad (92)$$

Первый член справа $\epsilon = \frac{Q_\epsilon}{Q_0}$ называется коэффициентом лучепоглощения, второй $\rho = \frac{Q_\rho}{Q_0}$ — коэффициентом отражения и третий $\pi = \frac{Q_\pi}{Q_0}$ — коэффициентом прозрачности.

Эти коэффициенты могут иметь значения от 0 до 1 и сумма их всегда равна единице.

$$\epsilon + \rho + \pi = 1. \quad (93)$$

Если отражение и прозрачность тела равны нулю ($\rho = 0$; $\pi = 0$), то $\epsilon = 1$, т. е. вся падающая на тело лучистая энергия полностью им поглощается. Такие тела называются абсолютно черными.

Если $\epsilon = 0$ и $\pi = 0$, то $\rho = 1$, т. е. вся падающая лучистая энергия отражается; при этом, если отражение следует законам геометрической оптики, то такие тела называются зеркальными, если отражение диффузное — абсолютно белыми.

Если, наконец, $\epsilon = 0$ $\rho = 0$ $\pi = 1$, то такие тела называются абсолютно прозрачными.

Абсолютно черных, белых и прозрачных тел в природе не существует и эти понятия являются условными.

Однако понятие абсолютно черного тела имеет очень большое значение в учении о тепловом излучении, так как законы излучения такого тела сравнительно просты. Поэтому целесообразно начинать изучение законов излучения и поглощения для абсолютно черного тела, а затем уже переходить к реальным телам.

Свойством абсолютно черного тела обладает, как известно, отверстие в стенке полого тела.

§ 22. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

1. Закон Планка. Закон распределения энергии по длинам волн для абсолютно черного тела установлен теоретически Планком и выражается формулой

$$E_{0, \lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T} - 1}}, \quad (94)$$

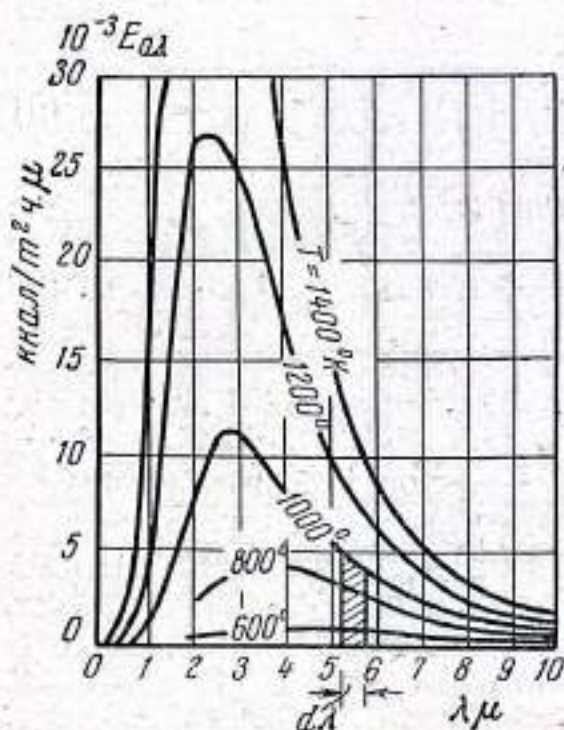


Рис. 21. Распределение энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела при различных температурах

где λ — длина волны, м;
 T — абсолютная температура, °К;
 e — основание натуральных логарифмов;
 c_1 — постоянная, равная $3,17 \cdot 10^{-16}$ ккалм²ч;
 c_2 — постоянная, равная $1,44 \cdot 10^{-2}$ м°К.

На фиг. 21 закон Планка представлен графиками, из которых видно, что интенсивность излучения быстро возрастает от нулевого значения при очень малых длинах волн, достигая максимума при некотором значении λ_m и затем убывает, достигая нуля при $\lambda = \infty$.

2. Закон Вина. Из той же фигуры видно, что с возрастанием температуры максимум излучения смещается в сторону более коротких длин волн. Закон смещения λ_m от температуры был установлен Вином:

$$\lambda_m T \cong 2900 \text{ мк } ^\circ\text{К},$$

или

$$\lambda_m = \frac{2900}{T} \text{ мк}. \quad (95)$$

3. Закон Стефана-Больцмана. Полное количество энергии, излучаемой абсолютно черным телом, что представляет наибольший практический интерес, можно найти из закона Планка путем интегрирования (94)

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0,\lambda} d\lambda = c_1 \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)}. \quad (96)$$

Интегрирование производится при помощи подстановки

$$x = \frac{c_2}{\lambda T}, \text{ тогда } \lambda = \frac{c_2}{x \cdot T}; d\lambda = -\frac{c_2}{x^2 T} dx$$

и пределы интегрирования \sim и 0

$$E_0 = c_1 \int_{\infty}^0 -\frac{T^4}{c_2^4} \cdot \frac{x^3}{e^x - 1} dx = c_1 \frac{T^4}{c_2^4} \int_0^{\infty} x^3 (e^x - 1)^{-1} dx,$$

или, разлагая в ряд выражение, стоящее в скобках*, получаем

$$E_0 = c_1 \frac{T^4}{c_2^4} \int_0^{\infty} x^3 (e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots) dx.$$

Каждый интеграл $\int_0^{\infty} x^3 e^{-nx}$, (где $n = 1, 2, 3 \dots$) можно решить методом интегрирования по частям, в результате чего получается**

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-nx} = \frac{6}{n^4}.$$

* $(e^x - 1)^{-1} = [e^x(1 - e^{-x})]^{-1} = e^{-x}(1 - e^{-x})^{-1} = e^{-x}(1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots)$.

** $\int_0^{\infty} x^3 e^{-nx} dx = -\frac{1}{n} \int_0^{\infty} x^3 d(e^{-nx}) = -\frac{1}{n} \left[x^3 \cdot e^{-nx} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} e^{-nx} d(x^3) \right] =$
 $= -\frac{3}{n} \int_0^{\infty} x^2 e^{-nx} dx = -\frac{3}{n^2} \int_0^{\infty} x^2 d(e^{-nx}) = -\frac{3}{n^2} \left[x^2 \cdot e^{-nx} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} e^{-nx} d(x^2) \right] =$
 $= -\frac{3 \cdot 2}{n^2} \int_0^{\infty} x e^{-nx} dx = -\frac{6}{n^3} \int_0^{\infty} x d(e^{-nx}) = -\frac{6}{n^3} \left[x \cdot e^{-nx} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} e^{-nx} dx \right] =$
 $= -\frac{6}{n^3} \int_0^{\infty} e^{-nx} dx = -\frac{6}{n^4} \left[e^{-nx} \Big|_0^{\infty} \right] = \frac{6}{n^4}.$

Следовательно *

$$E_0 = \frac{6 \cdot c_1}{c_2^4} T^4 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right) = \frac{6\pi^4}{90} \frac{c_1}{c_2^4} \cdot T^4$$

или

$$E_0 = 6,494 \frac{c_1}{c_2^4} \cdot T^4 = \sigma_0 T^4, \quad (97)$$

Уравнение (97) известно под названием закона Стефана-Больцмана, который был опытным путем установлен Стефаном в 1879 г. и теоретически был доказан Больцманом в 1884 г.

Здесь σ_0 — постоянная излучения абсолютно черного тела. Величина ее может быть вычислена по значениям c_1 и c_2 приведенным выше, но она многократно измерялась прямыми методами и по наиболее точным измерениям имеет следующее значение

$$\sigma_0 = 4,96 \cdot 10^{-8} \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч} \cdot \text{°K}^4} = 5,77 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{°K}^4} \quad (98)$$

В технических расчетах удобнее пользоваться формулой Стефана-Больцмана в другой форме

$$E_0 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (99)$$

причем в этом случае постоянная излучения черного тела равна

$$C_0 = 100^4 \sigma_0 = 4,96 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч} \cdot \text{°K}^4} = 5,77 \cdot 10^{-4} \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{°K}^4}. \quad (100)$$

4. Серое излучение. Закон Стефана-Больцмана строго применим только к абсолютно черным телам. Однако исследования показали, что его можно применить и к так называемым серым телам, каковыми являются все твердые тела, кроме металлов. У металлов излучаемая энергия растет быстрее, чем четвертая степень температуры. Например, полное излучение платины в интервале температур 500—1600 °K пропорциональна $T^{4,767}$.

В случае серых тел формула полного излучения принимает вид

$$E = C \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (101)$$

где коэффициент лучеиспускания C для различных тел различен и зависит от природы тела, состояния поверхности и

* $1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$ (см. И. Н. Бронштейн и К. А. Семендяев, — „Справочник по математике“ 5 изд., 1955, — стр. 296).

температуры; он всегда меньше коэффициента лучеиспускания абсолютно черного тела C_0 .

Отношение

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{C \left(\frac{T}{100} \right)^4}{C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4} = \frac{C}{C_0} \quad (102)$$

называется относительной излучательной способностью или степенью черноты тела и определяется эмпирически.

Опыт показывает, что большинство технически важных материалов с достаточным приближением можно считать серыми телами и применять к ним закон Стефана-Больцмана. При этом, однако, в таблицах указывают тот интервал температур, в пределах которого экспериментально была определена величина коэффициента излучения (степени черноты).

Значения степени черноты для некоторых тел даны в табл. 8.

Таблица 8

СТЕПЕНЬ ЧЕРНОТЫ ПОЛНОГО НОРМАЛЬНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ДЛЯ НЕКОТОРЫХ МАТЕРИАЛОВ

Наименование материала	$t, ^\circ\text{C}$	ε
Алюминий полированный	225—575	0,039—0,057
То же, шероховатый	26	0,055
То же, окисленный при 600°C	200—600	0,11—0,19
Железо полированное	425—1020	0,144—0,377
То же, окисленное	100	0,736
Сталь листовая шлифованная	940—1100	0,55—0,61
То же, окисленная при 600°C	200—600	0,80
Чугун обточенный	830—930	0,60—0,70
То же, окисленный при 600°C	200—600	0,64—0,78
Латунь свежeproкатанная	22	0,06
То же, окисленная при 600°C	200—600	0,61—0,59
Медь, тщательно полированная	80—115	0,018—0,023
То же, окисленная при 600°C	200—600	0,57—0,87
То же, расплавленная	1075—1275	0,16—0,13
Никель технически чистый, полированный	225—375	0,07—0,087
Никелевая проволока	185—1000	0,096—0,186
Никель окисленный при 600°C	200—600	0,37—0,48
Хром	100—1000	0,08—0,26
Асбестовая бумага	40—370	0,93—0,945
Кварц плавленый шероховатый	20	0,932
Стекло гладкое	22	0,937
Алюминиевые краски различной давности	100	0,27—0,67
Окись алюминия [Л. 6]	1227	0,23—0,29
Окись кальция	827—1327	0,27
Лак черный, блестящий на железной пластинке	25	0,875
Лак черный, матовый	40—95	0,96—0,98
Лак белый	40—95	0,80—0,95

Расчетная формула для серых тел, к которым относятся все не-проводники и полупроводники электрического тока, имеет вид

$$E = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 = \varepsilon \cdot 4,96 \left(\frac{T}{100}\right)^4 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч}} = \varepsilon \cdot 5,77 \cdot 10^{-4} \left(\frac{T}{100}\right)^4 \frac{\text{вт}}{\text{см}^2}. \quad (103)$$

Для облегчения расчетов в табл. 9 приведены значения $\left(\frac{T}{100}\right)^4$ в функции от $t = (T - 273)$

Таблица 9

$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$\left(\frac{T}{100}\right)^4$
-20	41	40	96	100	193,5	400	2051	900	18930
-10	48	50	109	150	220	450	2720	1000	26260
0	55,5	60	123	200	498,4	500	3571	1100	35540
+10	64	70	138	250	748	600	5808	1200	47080
+20	73,6	80	155	300	1078	700	8963	1300	61220
30	84,3	90	173	350	1506	800	13256		

5. Закон Кирхгофа. Этот закон устанавливает связь между испускательной способностью E и поглощательной способностью ε .

Для установления этой связи рассмотрим теплообмен между двумя параллельными поверхностями, размеры которых велики по сравнению с расстоянием между ними, фиг. 22. Пусть одна из них серая, а другая абсолютно черная. Температура, излучательная способность и коэффициенты поглощения и отражения соответственно равны T, E, ε, ρ и $T_0, E_0, \varepsilon = 1, \rho = 0$, причем $T > T_0$. Составим тепловой баланс для серой поверхности.

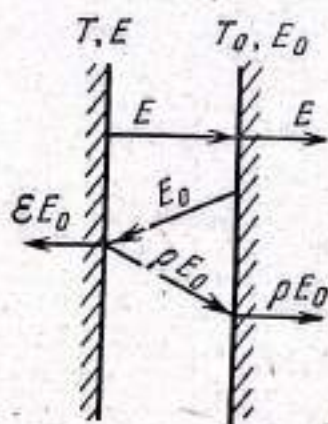


Рис. 22. К выводу формулы Кирхгофа

С 1 м^2 серой поверхности излучается в 1 ч энергия $E \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч}}$. Попадая на черную поверхность, эта энергия полностью ею поглощается. Черная поверхность излучает энергию $E_0 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч}}$. Попадая на серую поверхность,

часть этой энергии εE_0 поглощается ею, остальная часть ρE_0 отражается и снова попадает на черное тело и полностью им поглощается.

Таким образом, серая поверхность отдает E и получает ϵE_0 и в итоге серое тело теряет

$$q = E - \epsilon E_0 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ч}}. \quad (104)$$

Положим теперь, что обе поверхности находятся при одной температуре $T = T_0$. В этом случае теплообмен между поверхностями также происходит, но система находится в тепловом равновесии и $q = 0$. Тогда из (104) имеем

$$E = \epsilon E_0, \text{ или } \frac{E}{\epsilon} = E_0, \text{ или } \frac{E}{E_0} = \epsilon. \quad (105)$$

Это соотношение, справедливое для любых тел, является математической формулировкой закона Кирхгофа.

Отношение лучеиспускательной способности тела к его поглотительной способности для всех тел одинаково и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре.

Сопоставляя уравнения (105) и (102) закон Кирхгофа можно сформулировать так: коэффициент черноты всякого тела равен его коэффициенту поглощения.

Отсюда следует также, что испускательная способность тел тем больше, чем больше их поглотительная способность.

§ 23. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ТВЕРДЫМИ ТЕЛАМИ

Теплообмен излучением между твердыми телами является сложным процессом многократных поглощений и отражений и определяется температурой, лучеиспускательной, поглотительной и отражательной способностями участвующих в нем поверхностей, их размерами и взаимным расположением: Задача решается относительно просто для двух случаев: 1) для теплообмена между двумя большими параллельными поверхностями, расположенными на малом расстоянии по сравнению с их размерами (фиг. 23) и 2) для случая, когда одна поверхность заключена внутри другой замкнутой поверхности (фиг. 24).

1. Теплообмен между параллельными поверхностями. Пусть температура, лучеиспускательная способность и коэффициенты поглощения и отражения этих поверхностей соответственно равны: $T_1, E_1, \epsilon_1, \rho_1$ и $T_2, E_2, \epsilon_2, \rho_2$.

Определим количество теплоты q , которое передает 1 м² первой поверхности на вторую путем излучения. Очевидно, что энергия, излучаемая первой поверхностью, частично возвращается после отражения второй поверхностью и снова поглощается. Кроме того, вторая поверхность также излучает энергию, которая частично поглощается первой поверхностью. Поэтому полное количество энер-

гии, переданное первой поверхностью на вторую, равно разности между энергией, излученной первой поверхностью и энергией, ею поглощенной.

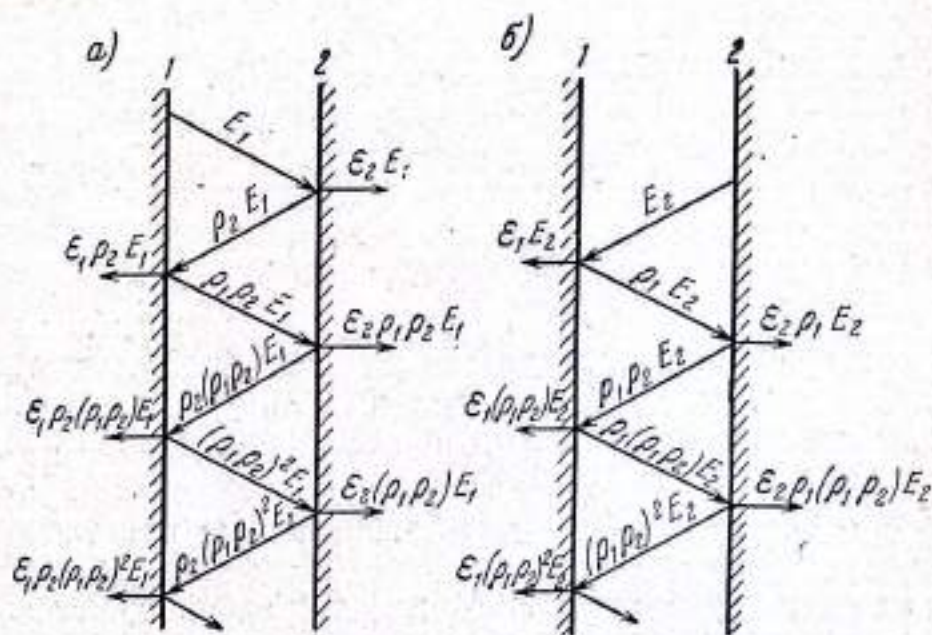


Рис. 23. Схема теплообмена лучеиспусканием между двумя неограниченными параллельными поверхностями. К выводу формулы (110)

Обозначим через q_1 количество энергии, которое первое тело получает обратно из своего собственного излучения и через q_2 ту часть энергии, излученной вторым телом, которую поглощает первое тело. Тогда количество энергии, отданное первым телом, будет равно:

$$q = E_1 - (q_1 + q_2) \quad (106)$$

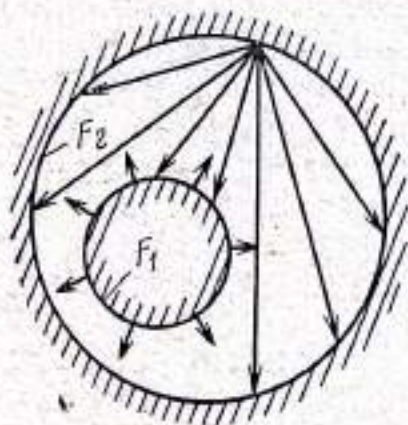


Рис. 24. Схема теплообмена лучеиспусканием между телами в замкнутом пространстве

Определим теперь эти величины.

Согласно закону Стефана-Больцмана количество энергии, излучаемой первым телом на поверхность второго тела, равно (101)

$$E_1 = C_1 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 = \epsilon_1 C_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4. \quad (107)$$

Из этого количества второе тело поглощает $\epsilon_2 E_1$ и отражает $\rho_2 E_1$ (фиг. 23,а). Из отраженного вторым телом количества тепла первое тело поглощает $\epsilon_1 \rho_2 E_1$ и отражает

При повторном отражении тела II тело I получит $\rho_2(\rho_1\rho_2)E_1$, поглотит $\varepsilon_1\rho_2\rho_1\rho_2E_1$ и отразит $\rho_1\rho_2\rho_1\rho_2E_1 = (\rho_1\rho_2)^2E_1$ и затем снова получит $\rho_2(\rho_1\rho_2)^2E_1$ и поглотит $\varepsilon_1\rho_2(\rho_1\rho_2)^2E_1$ и т. д.

В итоге тело I получит обратно из своего собственного излучения следующее количество энергии:

$$q_1 = \varepsilon_1\rho_2E_1 + \varepsilon_1\rho_2(\rho_1\rho_2)E_1 + \varepsilon_1\rho_2(\rho_1\rho_2)^2E_1 + \dots = \\ = \varepsilon_1\rho_2[1 + (\rho_1\rho_2) + (\rho_1\rho_2)^2 + \dots]E_1 = \frac{\varepsilon_1\rho_2}{1 - \rho_1\rho_2}E_1,$$

так как $\rho_1 < 1$ и $\rho_2 < 1$, то сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна $(1 - \rho_1\rho_2)^{-1}$.

Для определения величины q_2 проведем аналогичные рассуждения в отношении передачи тепла от второго тела на первое (фиг. 23,б).

Согласно закону Стефана-Больцмана количество тепла, излучаемого вторым телом на первое (101), равно

$$E_2 = C_2\left(\frac{T_2}{100}\right)^4 = \varepsilon_2C_0\left(\frac{T_2}{100}\right)^4. \quad (108)$$

Из этого количества тепла тело I поглотит первый раз ε_1E_2 и отразит ρ_1E_2 , затем оно получит $\rho_2\rho_1E_2$, поглотит $\varepsilon_1\rho_2\rho_1E_2$ и отразит $\rho_1\rho_2\rho_1E_2$; после этого оно получит $(\rho_1\rho_2)^2E_2$, поглотит $\varepsilon_1(\rho_1\rho_2)^2E_2$ и отразит $\rho_1(\rho_1\rho_2)^2E_2$ и т. д.

В итоге из тепла, излучаемого вторым телом, тело I поглотит

$$q_2 = \varepsilon_1E_2 + \varepsilon_1(\rho_1\rho_2)E_2 + \varepsilon_1(\rho_1\rho_2)^2E_2 + \dots = \\ = \varepsilon_1[1 + (\rho_1\rho_2) + (\rho_1\rho_2)^2 + \dots]E_2 = \frac{\varepsilon_1}{1 - \rho_1\rho_2}E_2.$$

Итак, первое тело излучает E_1 . Из этого количества оно получает обратно $q_1 = \frac{\varepsilon_1\rho_2}{1 - \rho_1\rho_2}E_1$ и кроме того получает от второго тела

$$q_2 = \frac{\varepsilon_1}{1 - \rho_1\rho_2}E_2.$$

Следовательно, первое тело передает второму

$$q = E_1 - q_1 - q_2 = E_1 - \frac{\varepsilon_1\rho_2}{1 - \rho_1\rho_2}E_1 - \frac{\varepsilon_1}{1 - \rho_1\rho_2}E_2 = \\ = \frac{[(1 - \rho_1\rho_2) - \varepsilon_1\rho_2]E_1 - \varepsilon_1E_2}{1 - \rho_1\rho_2};$$

так как $\rho_1 = 1 - \varepsilon_1$ и $\rho_2 = 1 - \varepsilon_2$, то

$$q = \frac{[1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) - \varepsilon_1(1 - \varepsilon_2)]E_1 - \varepsilon_1E_2}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)} = \frac{\varepsilon_2E_1 - \varepsilon_1E_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1\varepsilon_2}. \quad (109)$$

Подставляя в (109) значения E_1 и E_2 из (107) и (108), получаем

$$q = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 C_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 C_0 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} = \frac{C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

и

$$Q = q \cdot F = \varepsilon_{np} C_0 F \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] = C_{np} F \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right], \quad (110)$$

где

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (111)$$

— приведенный коэффициент поглощения системы тел или приведенная степень черноты системы тел.

Так как $C_1 = \varepsilon_1 C_0$ и $C_2 = \varepsilon_2 C_0$, то приведенный коэффициент лучеиспускания системы тел:

$$C_{np} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0}} \quad (112)$$

2. Теплоотдача поверхности F_1 на окружающую ее со всех сторон поверхность F_2 (фиг. 24)

В этом случае расчетная формула имеет вид

$$Q = \varepsilon_{np} C_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right], \quad (113)$$

где

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad (114)$$

Пример 9. Определить теплоотдачу путем лучеиспускания алюминиевого радиатора рентгеновской трубки, имеющего форму шара диаметром $d = 100$ мм, если температура его поверхности $t_{сш} = 170^\circ\text{C}$, а температура воздуха вдали от радиатора $t_{жс} = 30^\circ\text{C}$.

а) для случая чистой гладкой поверхности, степень черноты которой $\varepsilon_{Al} = 0,15$;

б) для поверхности радиатора, покрытого слоем сажи $\varepsilon_c = 0,90$.

Решение. Так как поверхность шара F_1 много меньше поверхности стен помещения F_2 ($F_1 \ll F_2$), то приведенная степень черноты (114)

$$\varepsilon_{np} = \varepsilon_1.$$

Тогда, согласно формуле (113), имеем:

а. При чистой поверхности алюминиевого шара

$$Q_{A, Al} = \varepsilon_{np} C_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= 0,15 \cdot 5,77 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \pi r^2 \left[\left(\frac{273 + 170}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + 30}{100} \right)^4 \right] \cong 8 \text{ вт.}$$

б. При поверхности шара, черненной сажей

$$Q_{A, c} = 0,9 \cdot 5,77 \cdot 10^{-4} \cdot 314 (4,43^4 - 3,03^4) \cong 48 \text{ вт.}$$

Теплоотдача рассматриваемого радиатора свободной конвекцией в воздухе была найдена при решении примера 5 и оказалась равной $Q_k = 34 \text{ вт.}$

Следовательно, полная теплоотдача радиатора равна

$$Q_{Al} = Q_k + Q_{A, Al} = 34 + 8 = 42 \text{ вт,}$$

и

$$Q_c = Q_k + Q_{A, c} = 34 + 48 = 82 \text{ вт.}$$

Пример 10. Определить количество тепла, проникающего в сосуд Дьюара путем лучистого теплообмена за 1 час. Обе стенки сосуда покрыты серебром, степень черноты которого $\varepsilon = 0,02$. Сосуд наполнен жидким кислородом. Температура внутренней стенки $t_1 = -183^\circ\text{C}$, а внешний $t_2 = 20^\circ\text{C}$.

Решение.

1. Поверхность внутренней стенки (фиг. 25)

$$F_1 = \pi dl + 2 \frac{\pi d^2}{4} = \left(\pi \cdot 70 \cdot 200 + 2 \frac{\pi \cdot 70^2}{4} \right) \times$$

$$\times 10^{-6} = 51,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

2. Поверхность наружной стенки

$$F_2 = \left(\pi \cdot 84 \cdot 214 + 2 \frac{\pi \cdot 84^2}{4} \right) \cdot 10^{-6} = 67,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

3. Приведенная степень черноты системы, состоящей из двух стенок сосуда, равна

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{0,02} + \frac{51,7}{67,5} \left(\frac{1}{0,02} - 1 \right)} =$$

$$= 0,0114.$$

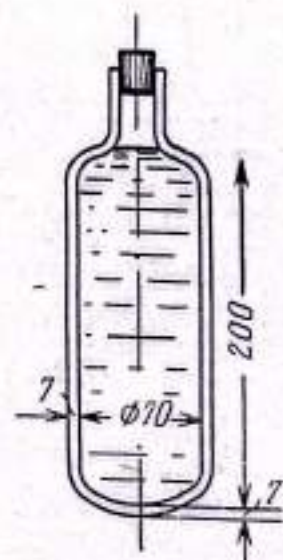


Рис. 25. Сосуд Дьюара. К примеру 10

4. Количество тепла, проникающего в сосуд в час, равно

$$Q = \varepsilon_{np} C_0 F_1 \left[\left(\frac{t_2 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_1 + 273}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= 0,0114 \cdot 4,96 \cdot 51,7 \cdot 10^{-3} \left[\left(\frac{20 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{-183 + 273}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= 2,92 \cdot 10^{-3} (2,93^4 - 0,9^4) = 0,212 \frac{\text{ккал}}{\text{ч}} = 212 \frac{\text{кал}}{\text{ч}} . *$$

§ 24. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛОБМЕН МЕЖДУ ПОВЕРХНОСТЯМИ, РАЗДЕЛЕННЫМИ ЭКРАНОМ

Для снижения теплоотдачи лучеиспусканием, а также для защиты от излучения применяются экраны. Предположим, что между двумя большими плоскими параллельными поверхностями 1 и 2 находится экран Э из тонкой жести (фиг. 26). Температуры их соответственно T_1 , $T_э$, T_2 .

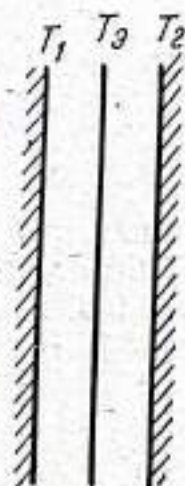


Рис. 26. Схема расположения экрана из тонкой жести между двумя плоскими параллельными поверхностями

Рассмотрим два случая.

Первый случай. Коэффициенты лучеиспускания или степени черноты экрана и обеих поверхностей одинаковы. В этом случае количество тепла, передаваемого телом 1 телу 2 при отсутствии экрана, выражается формулой (110)

$$Q_{1,2} = C_{np} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

где C_{np} — приведенный коэффициент излучения

$$C_{np} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0}} . \quad (116)$$

При включении экрана между поверхностями, количество тепла, передаваемого поверхностью 1 экрану Э, равно

$$Q_{1,э} = C_{np} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_э}{100} \right)^4 \right] \quad (117)$$

и от экрана Э поверхности 2:

$$Q_{э,2} = C_{np} F \left[\left(\frac{T_э}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] . \quad (118)$$

* Так как теплота испарения жидкого кислорода $L \cong 58 \text{ кал}$, то в этих условиях из сосуда Дьюара будет испаряться

$$g = \frac{Q}{L} = \frac{212}{58} \cong 4 \text{ г/ч} .$$

При установившемся тепловом состоянии системы количество тепла $Q_{1,э}$, передаваемое первой поверхностью экрану, равно количеству тепла $Q_{э,2}$, передаваемому экраном второй поверхности, следовательно

$$C_{пр} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_э}{100} \right)^4 \right] = C_{пр} F \left[\left(\frac{T_э}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (119)$$

Из этого уравнения находим температуру экрана

$$\left(\frac{T_э}{100} \right)^4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (120)$$

Подставляя (120) в уравнение (117) или (118), получаем

$$Q_{1,э} = Q_{э,2} = \frac{1}{2} C_{пр} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \frac{1}{2} Q_{1,2}. \quad (121)$$

Следовательно, включение одного экрана вызывает уменьшение теплоотдачи излучением в два раза. Производя аналогичный расчет для случая 2, 3 и т. д. экранов можно показать, что при двух экранах теплоотдача уменьшается в три раза, при n экранах теплоотдача уменьшается в $(n+1)$ раз.

Второй случай. Коэффициент излучения первой и второй поверхностей одинаков и равен C_1 , а обеих поверхностей экрана равен $C_э$. В этом случае приведенный коэффициент излучения для теплообмена между обоими телами при отсутствии экрана, согласно (116), равен

$$C_{пр0} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0}}, \quad (122)$$

а для теплообмена между телом и экраном

$$C_{пр1} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_э} - \frac{1}{C_0}}. \quad (123)$$

Следовательно,

$$Q_{1,2} = C_{пр0} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (124)$$

$$Q_{1,э} = Q_{э,2} = \frac{1}{2} C_{пр1} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (125)$$

Уменьшение количества передаваемого тепла при включении одного экрана получим, беря отношение $Q_{1,э}$ к $Q_{1,2}$

$$\frac{Q_{1,э}}{Q_{1,2}} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_э} - \frac{1}{C_0}}. \quad (126)$$

Пример 11. Определить отношение $Q_{1,3} : Q_{1,2}$, если между двумя матовыми железными пластинками помещена тонкая медная пластинка, полированная с обеих сторон. Считая, что коэффициент излучения листового железа $C_1 = 4,0$ и полированной меди $C_2 = 0,24$, находим

$$\frac{Q_{1,3}}{Q_{1,2}} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4,96}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{0,24} - \frac{1}{4,96}} = 0,035,$$

т. е. при включении такого экрана теплоотдача снижается до 3,5% от первоначальной.

§ 25. СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И КОНВЕКЦИИ

В практических охлаждающих устройствах в большинстве случаев теплообмен осуществляется одновременно конвекцией и излучением. Обычно количество тепла, передаваемое конвекцией и лучеиспусканием, определяют отдельно, а затем суммируют.

Теплоотдача конвекцией выражается формулой

$$Q_k = \alpha_k F (t_{cm} - t_{ж}), \quad (127)$$

а лучеиспусканием — формулой (110)

$$Q_s = \varepsilon C_0 F \left[\left(\frac{T_{cm}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж}}{100} \right)^4 \right]. \quad (128)$$

Общее количество переданного тепла выражается суммой

$$Q = Q_k + Q_s = \alpha_k F (t_{cm} - t_{ж}) + \varepsilon C_0 F \left[\left(\frac{T_{cm}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж}}{100} \right)^4 \right]. \quad (129)$$

Для удобства расчета во многих случаях второй член в (129) приводят к тому же виду, что и первый, вводя коэффициент лучистого теплообмена α_s , определяя его как частное от деления Q_s на $F(t_{cm} - t_{ж})$

$$\alpha_s = \varepsilon C_0 \left[\frac{\left(\frac{T_{cm}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж}}{100} \right)^4}{t_{cm} - t_{ж}} \right]. \quad (130)$$

Тогда

$$Q = Q_k + Q_s = (\alpha_k + \alpha_s) F (t_{cm} - t_{ж}) = \alpha F (t_{cm} - t_{ж}), \quad (131)$$

где $\alpha = \alpha_k + \alpha_s$ — общий (суммарный) коэффициент теплоотдачи.

§ 26. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОТДАЧИ РАДИАТОРОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Теплоотдача радиаторов сложной формы, поверхность которых увеличена за счет ребер, отверстий и т. п. (фиг. 27), не поддается расчету и может быть определена экспериментально.

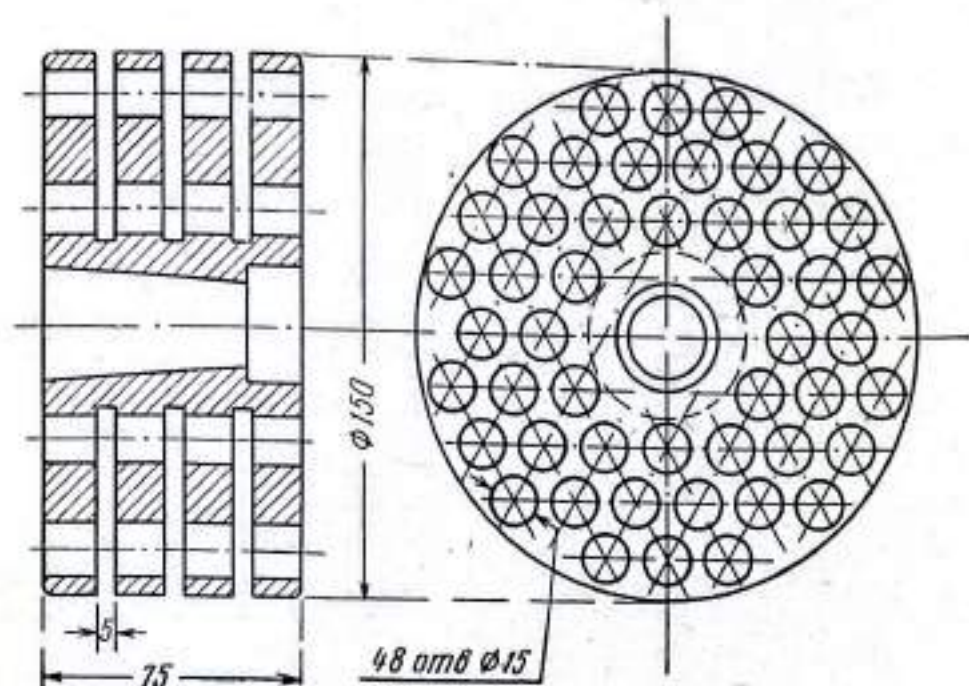


Рис. 27. Радиатор мощной рентгеновской трубки с увеличенной поверхностью

Радиатор подвешивается на тонкой проволочке, к его поверхности прижимается винтом спай термопары. В таком положении радиатор нагревается до температуры, несколько превышающей его рабочую температуру (например, до 300—350°C). Затем снимается кривая естественного охлаждения радиатора, т. е. зависимость температуры радиатора от времени остывания (фиг. 28).

$$t = f(\tau).$$

По кривой естественного охлаждения определяется количество теплоты, отдаваемой им в единицу времени при различных температурах по формуле

$$Q = M \cdot c_T \frac{\Delta t}{\Delta \tau}, \quad (132)$$

где M — масса радиатора, г;

c_T — теплоемкость материала радиатора $\frac{\text{кал}}{\text{г град}}$ при температуре t (табл. 10);

Δt — узкий интервал уменьшения температуры, °C;
 $\Delta \tau$ — соответствующий интервал времени, сек.

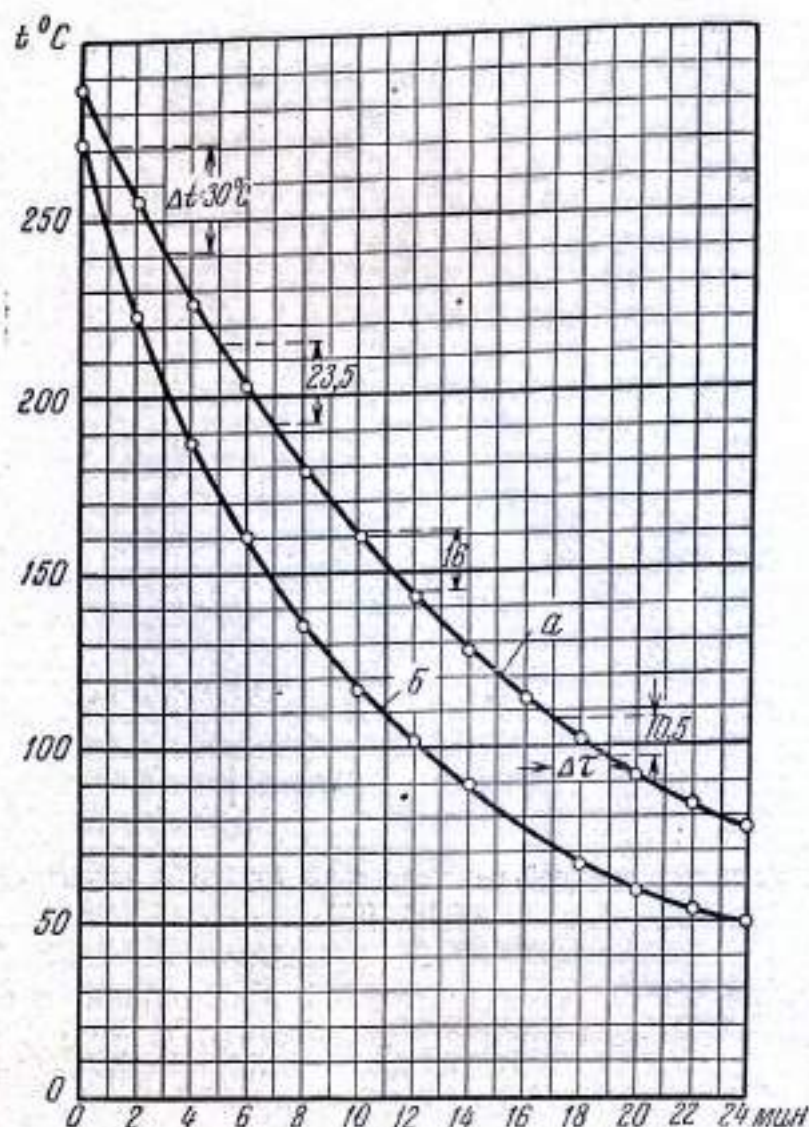


Рис. 28. Кривые естественного охлаждения алюминиевого радиатора (фиг. 27) в воздухе: а — для чистой поверхности; б — для черненной поверхности

Пример 12. Пользуясь кривыми естественного охлаждения в воздухе алюминиевого радиатора весом 1570 г (фиг. 27), определить теплоотдачу радиатора при температурах перегрева 100, 150, 200 и 250°C.

Решение.

Согласно формуле (132) теплоотдача радиатора

$$Q = M \cdot c_T \frac{\Delta t}{\Delta \tau} = 1570 \cdot c_T \frac{\Delta t}{\Delta \tau}.$$

Для каждой температуры перегрева находим по кривой охлаждения уменьшение температуры радиатора Δt за небольшой интервал времени $\Delta \tau$, который примем равным $\Delta \tau = 2 \text{ мин} = 120 \text{ сек}$. Соответствующие построения даны на фиг. 28.

Результаты вычислений приведены в табл. 10 и на фиг. 29.

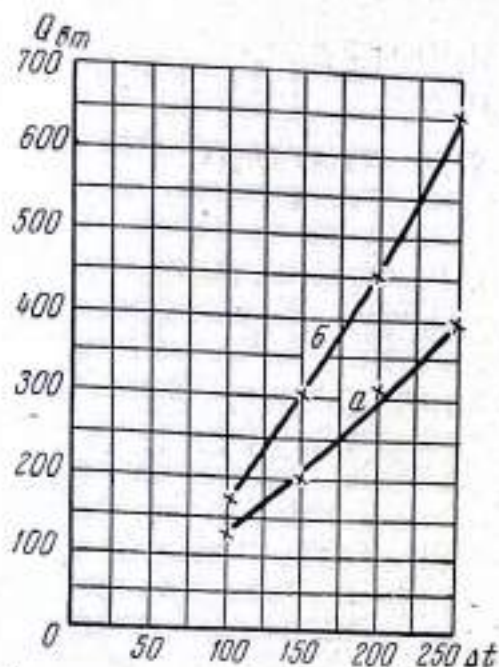


Рис. 29. Зависимость теплоотдачи радиатора (фиг. 27) от температуры: *a* — для чистой поверхности; *б* — для черненной поверхности

Таблица 10

Температура перегрева $t, ^\circ\text{C}$		100	150	200	250
Теплоемкость $c_{T \text{ Al}}, \frac{\text{вт} \cdot \text{сек}}{\text{г} \cdot \text{град}}$		0,935	0,96	0,985	1,0
Алюминий	Чистая поверхность	$\frac{\Delta t}{\Delta \tau}$	$\frac{10,5}{120}$	$\frac{16,0}{120}$	$\frac{23,5}{120}$
		$Q_1, \text{вт}$	128	201	303
	Черненная поверхность	$\frac{\Delta t}{\Delta \tau}$	$\frac{14}{120}$	$\frac{24}{120}$	$\frac{35}{120}$
		$Q_2, \text{вт}$	170	302	452

ЛИТЕРАТУРА

1. Михеев М. А., Основы теплопередачи, ГЭИ, 1956.
2. Гребер Г., Введение в теорию теплопередачи, ГЭИ, 1933.
3. Гребер Г. и Эрк С., Основы учения о теплообмене, ОНТИ, 1936.
4. Кирпичев М. В., Михеев М. А., Эйгенсон Л. С., Теплопередача, ГЭИ, 1940.
5. Хараджа Ф. Н., Общий курс рентгенотехники, ГЭИ, 1956.
6. Шорин С. Н., Теплопередача, Гос. изд-во по строительству и архитектуре, 1952.
7. Мак-Адамс, Теплоотдача, ОНТИ, 1936.
8. Раков В. Н., Исследование и расчет теплоотдачи радиаторов в воздухе, ЖТФ, вып. 6, 1938.
9. Пошехонов П. В., Тепловой расчет мощных рентгеновских трубок с охлаждением проточной жидкостью при длительных непрерывных нагрузках. Кандидатская диссертация, выполненная в ЛЭТИ под руководством профессора Ф. Н. Хараджа, 1954.
10. Эккерт Э. Р., Введение в теорию тепло- и массообмена, ГЭИ, 1957.
11. Воскресенский К. Д., Сборник задач по теплотехнике, ГЭИ, 1951.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Предисловие	3
§ 1. Общие замечания	5
§ 2. Виды теплопередачи	6
I. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ	
§ 3. Основной закон теплопроводности. Закон Фурье	8
§ 4. Теплопроводность плоской однородной стенки	9
§ 5. Теплопроводность цилиндрической стенки	10
§ 6. Теплопроводность шаровой стенки	—
§ 7. Передача тепла через стержень	14
II. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН	
§ 8. Физическая сущность процесса теплообмена	19
§ 9. Коэффициент теплоотдачи	21
§ 10. Некоторые сведения из теории подобия	22
§ 11. Критерии подобия	23
§ 12. Основные теоремы теории подобия	25
§ 13. Применение теории подобия к конвективному теплообмену	26
А. Механическое подобие	—
В. Тепловое подобие	30
§ 14. Методика получения эмпирических формул теплообмена в критериальном виде	34
§ 15. Расчетные формулы теплообмена при свободном движении жидкости	35
§ 16. Теплоотдача в ограниченном пространстве	38
§ 17. Теплоотдача при вынужденном ламинарном движении жидкости в трубах и каналах	39
§ 18. Теплоотдача при вынужденном турбулентном режиме течения жидкости в трубах	41
§ 19. Теплоотдача при переходном режиме	43
§ 20. Формулы для расчета охлаждения анодов рентгеновских трубок проточной жидкостью	—
III. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	
§ 21. Основные понятия и определения	52
§ 22. Основные законы теплового излучения	54
1. Закон Планка	—
2. Закон Вина	—
	71

	Стр.
3. Закон Стефана-Больцмана	55
4. Серое излучение	56
5. Закон Кирхгофа	58
§ 23. Теплообмен излучением между твердыми телами	59
§ 24. Лучистый теплообмен между поверхностями, разделенными экраном	64
§ 25. Совместное действие теплового излучения и конвекции	66
§ 26. Экспериментальное определение теплоотдачи радиаторов сложной формы :	67
Литература	70

Технич. и литерат. редактор *А. Г. Муратов*

Сдано в набор 3/V-1959 г.
 Формат 60x92¹/₁₆
 Тираж 500 экз.

Подписано к печати 8-II-60 г. М 29533
 Печ. л. 4,5+1 вклейка Усл. уч.-изд. л. 4,7
 Цена 1 руб. 70 коп. Заказ 547

Типография ЛЭТИ

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
17	формула (17')	$+ \frac{\alpha_2}{ml} \operatorname{sh} ml)$	$+ \frac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{sh} ml)$	автора
45	9-я снизу	с охлажденной	с охлаждаемой	"
56	2-я снизу	$\sum_{n=0}^{\sim}$	$\sum_{n=1}^{\sim}$	"

Зак. 547